

**CONSEJO MONETARIO CENTROAMERICANO**  
**Secretaría Ejecutiva**

***PROGRAMA DE ARMONIZACIÓN DE LOS MERCADOS  
DE DEUDA PÚBLICA DE CENTROAMÉRICA, PANAMA Y  
REPUBLICA DOMINICANA  
(SECMCA-BID)***

**III TALLER**

**“Convenciones de Valoración, Cálculos  
de Rendimientos y Curvas de Tasas”**

**(San José, Costa Rica, 15 al 17 de Mayo de 2002)**

# Temario

1. Conceptos básicos de tasas de interés.
2. Mercados monetarios.
3. Instrumentos de corto plazo: Letras.
4. Bonos estándares (rendimiento explícito y cupón fijo)
5. Medidas de sensibilidad.
6. Reportos.

# 1. Conceptos básicos de tasas de interés

# 1. Conceptos básicos de tasas de interés

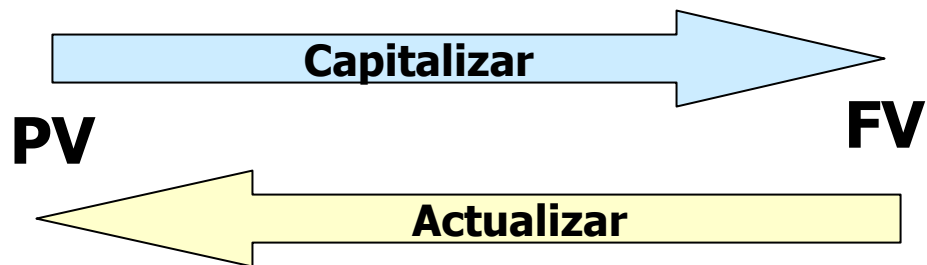
1. Valor del dinero en el tiempo
2. Valor Futuro (FV)
  1. Tasa de interés simple
  2. Tasa de interés compuesta
  3. Capitalización múltiple
  4. Valor Futuro de una Renta
3. Valor Presente (PV)
  1. Valor Presente de una Renta
  2. Actualización múltiple

# 1.1. Valor del dinero en el tiempo

- Todos tenemos claro que el valor del dinero depende, entre otros factores, del tiempo. No es lo mismo un dólar de hoy que un dólar de dentro de un año.
- A continuación vamos a repasar algunas formulas que nos ayudarán en el resto del taller.

# Capitalizar / Actualizar

- **Capitalizar** es calcular el Valor Futuro (FV) de una inversión si conocemos su Valor Presente.
- **Actualizar** o **Descontar** es calcular el Valor Presente (PV) de una inversión si conocemos su Valor Futuro.



## 1.2. Valor Futuro (FV)

- Supongamos que un inversor ingresa 1000 USD en un banco y este acuerda pagarle un interés del 7% anual.
- Al final del primer año la cuenta tendrá 1070 USD que corresponden a 1000 del principal original y 70 de los intereses.

$$\text{Intereses} = P \times i \times N$$

$$70 = 1000 \times 0.07 \times 1$$

# FV: formulación matemática

$$I = C \times r \times t$$

$$\text{Intereses} = P \times i \times N$$

$$70 = 1000 \times 0.07 \times 1$$

También podemos expresarlo como:

$$FV = P + (P \times i \times N)$$

$$1070 = 1000 + (1000 \times 0.07 \times 1)$$

$$1070 = 1000 \times (1+0.07)$$

$$FV = P(1+ i \times N)$$

$$1070 = 1000 \times 1.07$$

## 1.2.1. Tasa de interés simple

- Si mantenemos la inversión durante 2 años.
- Al final del segundo año la cuenta tendrá 1140 USD que corresponden a 1000 del principal original y 140 de los intereses.

$$I = C \times r \times t$$

$$\text{Intereses} = P \times i \times N$$

$$140 = 1000 \times 0.07 \times 2$$

# Tasa de interés simple

- Si mantenemos la inversión durante 8 años.
- Al final del segundo año la cuenta tendrá 1560 USD que corresponden a 1000 del principal original y 560 de los intereses.

$$I = C \times r \times t$$

$$\text{Intereses} = P \times i \times N$$

$$560 = 1000 \times 0.07 \times 8$$

## 1.2.2. Tasa de interés compuesta

- Supongamos que el inversor decide dejar los 1070 USD del año 1 en el banco y este continua pagándole un interés del 7%.
- Al final del segundo año la cuenta tendrá 1144.90 USD que corresponden:

Principal al principio del año 2:	1070.00
Intereses del año 2 ( $1070 \times 0.07$ ):	<u>74.90</u>
Total en la cuenta:	1144.90

# Tasa de interés compuesta

- En términos de la inversión original de 1000 USD, los 1144.90 USD representan:

Inversión original año 1:	1000.00
Intereses año 1 ( $1000 \times 0.07$ ):	70.00
Int. año 2 basados en inv. original ( $1000 \times 0.07$ ):	70.00
Int. año 2 ganados con int. año 1 ( $70 \times 0.07$ ):	<u>4.90</u>
Total en la cuenta:	1144.90

# Tasa de interés compuesta

- El interés adicional de 4.90 en el año 2 sobre los 70 USD ganados del principal original de 1000 USD es el interés del interés ganado en el año 1.
- Si continuamos con el ejemplo hasta un total de 8 años, los 1000 USD originales a un interés anual del 7% (sin impuestos) resultarán 1718.19 USD

# Tasa de interés compuesta

Inversión original al principio del año 1:	1000.00
Al final del año 1 ( $1000.00 \times 1.07$ ):	1070.00
Al final del año 2 ( $1070.00 \times 1.07$ ):	1144.90
Al final del año 3 ( $1144.90 \times 1.07$ ):	1225.04
Al final del año 4 ( $1225.04 \times 1.07$ ):	1310.79
Al final del año 5 ( $1310.79 \times 1.07$ ):	1402.55
Al final del año 6 ( $1402.55 \times 1.07$ ):	1500.73
Al final del año 7 ( $1500.73 \times 1.07$ ):	1605.78
Al final del año 8 ( $1605.78 \times 1.07$ ):	1718.19

# Tasa de interés compuesta

- Los intereses ganados al final de los 8 años son: 718.19 USD
- Este interés total de 718.19 USD se puede dividir en:
  - 560 USD ganados del principal original ( $70 \times 8$ )
  - 218.19 USD ganados por la reinversión de los intereses ( $718.19 - 560$ ).

# Tasa de interés compuesta

- Para calcular el importe que nos darán 1000 USD al final de 8 años a una tasa de interés compuesta anual del 7% solo tenemos que multiplicar 1000 por 1.07 ocho veces.

$$1000 (1.07) (1.07) (1.07) (1.07) (1.07) (1.07) (1.07) (1.07) = 1718.19$$

# Formulación matemática

- Una forma más corta de escribir la fórmula:

$$1000 (1.07)^8 = 1718.19$$

- En general la anotación  $(1.07)^N$  significa que 1.07 debe de ser multiplicado N veces.
- Generalizando la formula para N periodos y una tasa de interés "i" (expresado como decimal o tanto por uno, no como %)

$$1000 (1+i)^N$$

# Ejemplos de interés compuesto

- Si invertimos 1000 USD durante 4 años a una tasa de interés anual del 10% ( $i=0.10$ )  
 $1000 (1.10)^4 = 1000 (1.4641) = 1464.10\text{USD}$
- Si invertimos 342 USD durante 18 años a una tasa de interés anual del 5% ( $i=0.05$ )  
 $342 (1.05)^{18} = 342 (2.4066) = 823.06 \text{ USD}$

# Valor Futuro (FV)

- La expresión  $(1+i)^N$  es el importe que 1 USD generará al final de N años si se invierte a una tasa anual de “i”
- A esta expresión se le puede llamar también Valor Futuro de 1 USD

$$FV = P (1+i)^N$$

donde:

FV = Valor Futuro en USD

P = Importe nominal o Principal

i = Tasa de interés (en forma decimal)

N = Número de años

# Tasa simple vs Tasa compuesta

- Para  $P = 1$
- Tanto para  $N = 0$  como para  $N = 1$

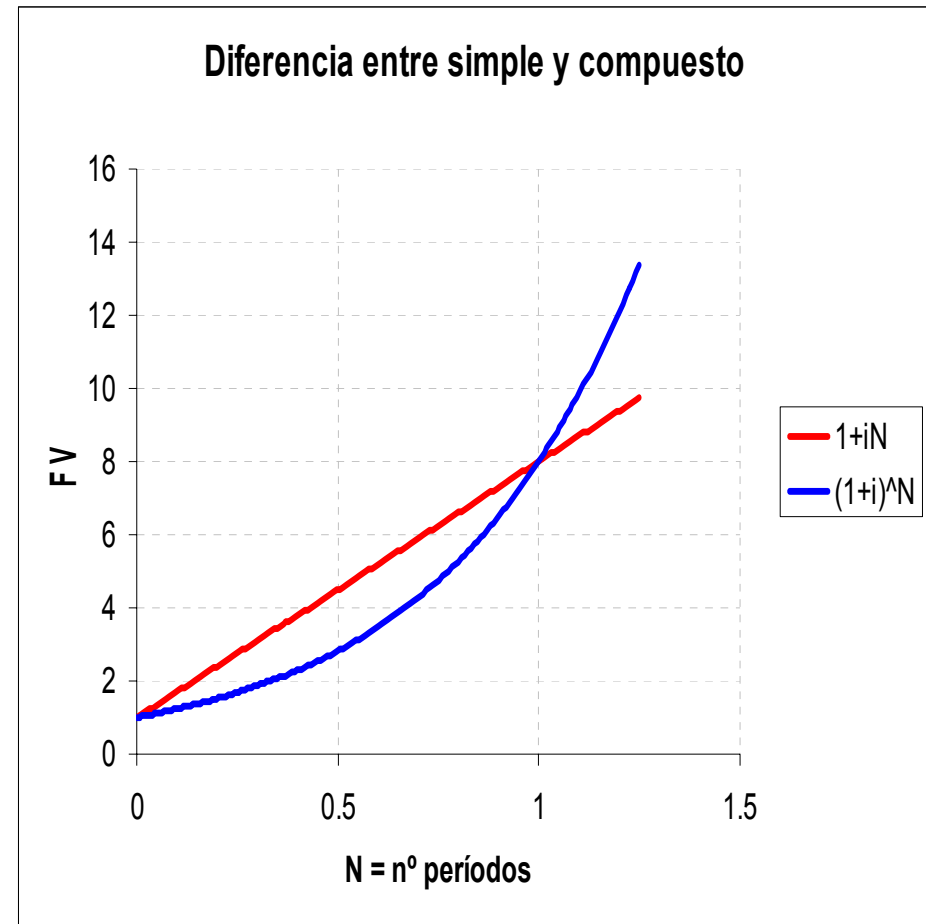
Se cumple que:

$$FVs = FVc$$

Siendo:

$$FVs = 1+iN$$

$$FVc = (1+i)^N$$



# Períodos de tiempo fraccionales

- Hasta ahora hemos hablado siempre de años enteros, pero la fórmula funciona igual para fracciones de año.
- Supongamos 100,000 USD invertidos al 5% durante 7 años y 3 meses. Como 3 meses son la cuarta parte de un año (0.25) tendremos un plazo de 7.25 años

$$P = 100,000 \text{ USD}; i = 5\% = 0.05; N = 7.25$$

$$FV = P (1+i)^N$$

$$FV = 100,000 (1+0.05)^{7.25} = 142,437.87$$

## 1.2.3. Capitalización múltiple: componiendo más de 1 vez al año

- Una inversión puede pagar intereses más de una vez al año. Por ejemplo: semestral, trimestral, mensual, semanal o diario.
- Tenemos que ajustar:
  - el tipo de interés anual “i”
  - el exponente de nuestra fórmula N

$$FV = P (1+i)^N$$

# Componiendo más de 1 vez al año

- El **tipo de interés anual** se ajusta dividiéndolo por el número de veces que paga intereses al año (\*).
- El **exponente**, que representa el número de años  $N$ , se ajusta multiplicando el número de años por el número de veces que se pagan intereses al año.

$m$  = número de pagos de intereses al año

$$FV = P (1+i/m)^{N*m}$$

# Ejemplo

- Un gestor de inversiones invierte 1 millón de USD en una inversión que promete un interés anual del 6.4% durante 6 años pagaderos semestralmente.

$$P = 1,000,000; m = 2; i = 0.064; N = 6$$

$$FV = P (1+i/m)^{N*m}$$

$$FV = 1,000,000 (1+0.064/2)^{6*2}$$

$$FV = 1,000,000 (1+0.032)^{12}$$

$$FV = 1,000,000 (1.45934) = 1,459,340 \text{ USD}$$

# Ejemplo

- Si los intereses se pagasen anualmente el valor futuro sería de 1,450,941 en vez de 1,459,340.
- El mayor valor futuro cuando los intereses se pagan semestrales refleja la mayor frecuencia de reinversión de los intereses.

$$P = 1,000,000; m = 1; i = 0.064; N = 6$$

$$FV = P (1+i/m)^{N*m}$$

$$FV = 1,000,000 (1+0.064/1)^{6*1}$$

$$FV = 1,000,000 (1+0.064)^6$$

$$FV = 1,000,000 (1.450941) = 1,450,941 \text{ USD}$$

# Ejemplo

- Supongamos ahora que los intereses se pagan trimestralmente.

$$P = 1,000,000; m = 4; i = 0.064; N = 6$$

$$FV = P (1+i/m)^{N*m}$$

$$FV = 1,000,000 (1+0.064/4)^{6*4}$$

$$FV = 1,000,000 (1+0.016)^{24}$$

$$FV = 1,000,000 (1.46369) = 1,463,690 \text{ USD}$$

- El mayor valor futuro cuando los intereses se pagan trimestrales refleja la mayor frecuencia de reinversión de los intereses.

# Componiendo más de 1 vez al año

$$FV = P (1+i/m)^{N*m}$$

- Comparando los ejemplos anteriores a mayor frecuencia de pago mayores intereses por reinversión de estos.

$$m=1 \quad FV = 1,000,000 (1+0.064)^6 = 1,450,941$$

$$m=2 \quad FV = 1,000,000 (1+0.032)^{12} = 1,459,340$$

$$m=4 \quad FV = 1,000,000 (1+0.016)^{24} = 1,463,690$$

# Capitalización continua

- La capitalización continua es un caso particular de la capitalización compuesta,

$$FV = P (1+i/m)^{N*m}$$

- cuando el número de pagos de intereses al año tiende a infinito.  $m \rightarrow \infty$

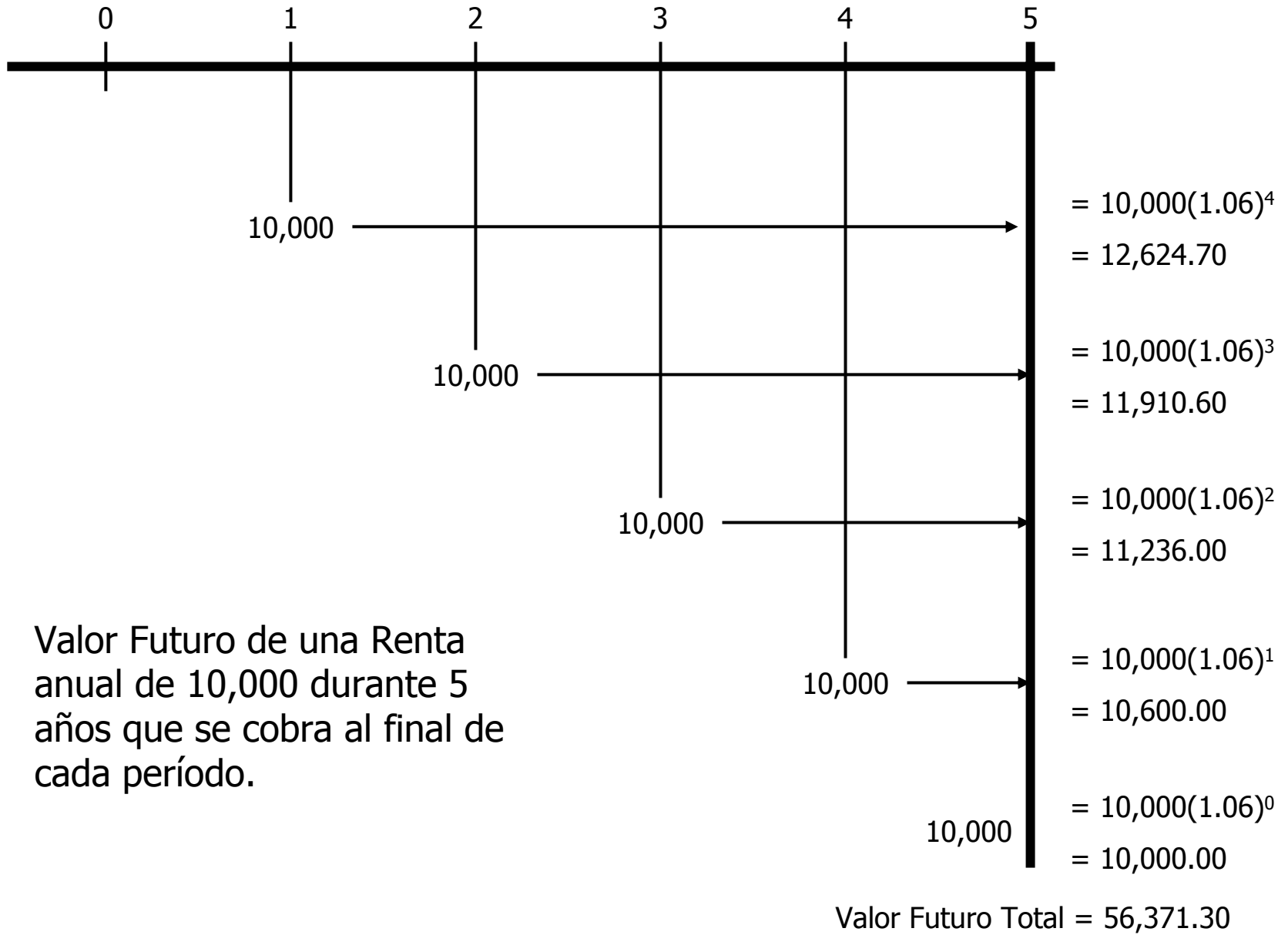
$$FV = P (1+i/\infty)^{N*\infty}$$

$$FV = P \times e^{N*i}$$

$$e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2.7182818...$$

## 1.2.4. Valor Futuro de una Renta

- Supongamos que un inversor espera recibir 10,000 USD al año durante 5 años empezando dentro de uno.
- Cada vez que reciba los 10,000 USD los piensa reinvertir.
- Asumamos que obtendrá una rentabilidad del 6% cada vez que reinvierta.
- ¿Cuánto obtendrá al final de los 5 años?



Valor Futuro de una Renta anual de 10,000 durante 5 años que se cobra al final de cada período.

# Valor Futuro de una Renta

- Nuestra fórmula  $FV = P (1+i)^N$  nos permite hacer este cálculo fácilmente.
- Los primeros 10,000 los recibimos dentro de 1 año:  $P=10,000$ ;  $i=0.06$ ;  $N=4$
- $N=4$  porque el primer pago de 10,000 será invertido desde el principio del año 2 (final del año 1) hasta el final de los 5 años.
- $FV = 10,000(1+0.06)^4 = 12,624.70$  USD

# Valor Futuro de una Renta

- De la misma forma calculamos el resto de los flujos a invertir.

Valor Futuro de los primeros 10,000:	12,624.70
Valor Futuro de los segundos 10,000:	11,910.60
Valor Futuro de los terceros 10,000:	11,236.00
Valor Futuro de los cuartos 10,000:	10,600.00
Valor Futuro de los quintos 10,000:	<u>10,000.00</u>
 Valor Futuro total:	 56,371.30

# Valor Futuro de una Renta

- El Valor Futuro total de 56,371.30 se compone de 50,000 (5 pagos de 10,000) más 6,371.30 de intereses ganados por la inversión de los pagos anuales de 10,000.
- Cuando la misma cantidad de dinero es recibida (o pagada) periódicamente decimos que es una Renta

# Valor Futuro de una Renta: formulación matemática

- Para el cálculo del Valor Futuro de una Renta tenemos una fórmula:

$$FV = R \left[ \frac{(1 + i)^N - 1}{i} \right]$$

Donde:

R = importe de la Renta

i = tasa de interés anual (en decimal)

N = Número de años

# Ejemplo

$$FV = R \left[ \frac{(1 + i)^N - 1}{i} \right]$$

- Con los datos del ejemplo anterior aplicamos la nueva fórmula

donde:  $R = 10,000$ ;  $i = 0.06$ ;  $N = 5$

$$FV = 10,000 \left[ \frac{(1 + 0.06)^5 - 1}{0.06} \right] = 10,000 \left[ \frac{1.3382256 - 1}{0.06} \right]$$

$$FV = 10,000 (5.637103) = 56,371.30 \text{ USD}$$

# Ejemplo

$$FV = R \left[ \frac{(1 + i)^N - 1}{i} \right]$$

- Compramos 5 mill. de un bono a 10 años con cupón del 8%, reinvertido los cupones al 6.7%.
- ¿Que cantidad tendremos al final de los 10 años?  
donde:  $R = 400,000$  ( $0.08 \times 5\text{mill}$ );  $i = 0.067$ ;  $N = 10$

$$FV = 400,000 \left[ \frac{(1 + 0.067)^{10} - 1}{0.067} \right] = 400,000 \left[ \frac{1.912688 - 1}{0.067} \right]$$

$$FV = 400,000 (13.62221) = 5,448,884 \text{ USD}$$

$$5,000,000 + 4,000,000 + 1,448,884 = 10,448,884$$

Par a vto. + intereses + reinversión = Total a vto.

# Valor Futuro de una Renta con pagos más de 1 vez al año.

- Al igual que hicimos antes:

$$FV = \frac{R}{m} \left[ \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{N*m} - 1}{\frac{i}{m}} \right]$$

Donde:

R = importe de la Renta anual

i = tasa de interés anual (en decimal)

N = Número de años

m = Número de pagos al año

# Ejemplo

$$FV = \frac{R}{m} \left[ \frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{N*m} - 1}{\frac{i}{m}} \right]$$

- Compramos 5 mill. de un bono a 10 años con cupón del 8%, reinvertido los cupones al 6.7%. Ahora con cupones semestrales.

donde:  $R=400,000$  ( $0.08 \times 5\text{mill}$ );  $i=0.067$ ;  $N=10$ ;  $m=2$

$$FV = \frac{400,000}{2} \left[ \frac{\left(1 + \frac{0.067}{2}\right)^{10*2} - 1}{\frac{0.067}{2}} \right] = 200,000 \left[ \frac{1.932901 - 1}{0.0335} \right]$$

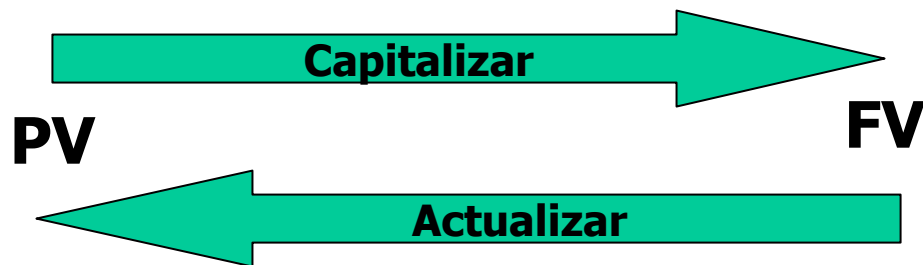
$$FV = 200,000 (27.84779) = 5,569,558 \text{ USD}$$

$$5,000,000 + 4,000,000 + 1,569,558 = 10,569,558$$

Par a vto. + intereses + reinversión = Total a vto.

# Capitalizar / Actualizar

- **Capitalizar** es calcular el Valor Futuro (FV) de una inversión si conocemos su Valor Presente.
- **Actualizar** o Descontar es calcular el Valor Presente (PV) de una inversión si conocemos su Valor Futuro.



## 1.3. Valor Presente (PV)

- Sabemos calcular el Valor Futuro de inversiones.
- Ahora vamos a ver el proceso inverso; conocido el Valor Futuro de una inversión calcular cuanto tenemos que invertir hoy para conseguir ese FV.
- La cantidad de dinero que tenemos que invertir hoy se llama Valor Presente (PV).
- El **Precio** de cualquier instrumento financiero es el Valor Presente de los flujos futuros esperados.
- Es necesario entender el concepto de PV para poder valorar un instrumento de Renta Fija.

# Repasemos

- La expresión  $(1+i)^N$  es el importe que 1 USD generará al final de N años si se invierte a una tasa anual de “i”
- A esta expresión se le puede llamar también Valor Futuro de 1 USD

$$FV = P (1+i)^N$$

donde:

FV = Valor Futuro en USD

P = Importe nominal o Principal

i = Tasa de interés (en forma decimal)

N = Número de años

# Valor Presente (PV)

- Ahora queremos saber la cantidad de dinero que debemos de invertir hoy, a una tasa anual de “i” durante N años, para obtener un Valor Futuro dado.
- Lo podemos resolver despejando P de la formula FV

$$FV = P (1+i)^N$$

$$FV/(1+i)^N = P$$

En vez de usar el **P** de la anterior fórmula vamos a usar **PV** de forma que podemos describirlo como:

$$PV = FV \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right]$$

# Valor Presente (PV)

$$PV = FV \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right]$$

- El término entre corchetes es el PV de 1 unidad, e indica cuanto debemos de poner hoy para, invirtiéndolo a una tasa "i", obtener 1 dentro de N años; se llama "**Factor de Descuento**" o **DF**.
- El proceso de cálculo del Valor Presente se llama también "**descuento**".
- Por ello el Valor Presente también el llamado "valor descontado" y la tasa de interés se llama "**tasa de descuento**".

La fórmula también se puede expresar como:

$$PV = FV (1+i)^{-N}$$

# Ejemplo

- Un gestor de fondos de pensiones sabe que tendrá que satisfacer unos pasivos de 9 millones dentro de 6 años. Asumiendo que la tasa de interés que se le puede ganar a cualquier monto invertido es del 7.5%.
- ¿Cuánto deberá invertir el gestor de pensiones?

$$FV = 9,000,000 \text{ USD}; i = 7.5\% = 0.07; N = 6$$

$$PV = FV \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right] \qquad PV = 9,000,000 \left[ \frac{1}{(1.075)^6} \right]$$

$$PV = 9,000,000 (0.647961) = 5,831,649 \text{ USD}$$

# Períodos de tiempo fraccionales

- Hasta ahora hemos hablado siempre de años enteros, pero la fórmula funciona igual para fracciones de año.
- Supongamos 1,000 USD a recibir en 9 años y 3 meses desde ahora y una tasa de interés del 7%. Como 3 meses son la cuarta parte de un año (0.25) tendremos un plazo de 9.25 años

$$FV = 1,000\text{USD}; i = 7\% = 0.07; N = 9.25$$

$$PV = FV \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right] \qquad PV = 1,000 \left[ \frac{1}{(1.07)^{9.25}} \right]$$

$$PV = 1,000 (0.53481) = 534.81 \text{ USD}$$

# Propiedades del PV

Hay 2 propiedades del PV que debemos de tener en cuenta.

1. Para un FV dado y a un plazo específico, a mayor tasa de interés menor será el PV.
2. Para una tasa de interés y un FV dados, a mayor plazo menor será el PV.

# Valor Presente de una serie de FV's

- En la mayoría de inversiones financieras o en gestión de activos-pasivos un instrumento financiero nos ofrecerá una serie de valores futuros o flujos repartidos en el tiempo.
- Para calcular el PV de una serie de valores futuros o flujos primero tenemos que calcular el PV de cada flujo y luego sumar todos estos PV's de los flujos.

# Ejemplo

- Un gestor de fondos de pensiones tiene que satisfacer los siguientes compromisos futuros:

<b><u>Años desde hoy</u></b>	<b><u>Importe en USD</u></b>
1	200,000
2	340,000
3	500,000
4	580,000

# Ejemplo

- Supongamos que el gestor del fondo de pensiones quiere invertir hoy una cantidad de dinero tal que satisfaga la cadena de compromisos futuros.
- Asumimos que cualquier cantidad que invertamos hoy puede obtener una rentabilidad del 8.5%
- ¿Cuánto ha de invertir hoy el gestor?

$$PV = FV \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right]$$

# Ejemplo

- La respuesta es: el PV de la cadena de flujos.
- Debemos calcular el PV de cada flujo y sumarlos

<u>Años desde hoy</u>	<u>Flujo</u>	<u>Factor de descuento</u>	<u>PV del flujo</u>
1	200,000	0.921659	184,332
2	340,000	0.849455	288,815
3	500,000	0.782908	391,454
4	580,000	0.721574	418,513
		<b>Total PV:</b>	<b>1,283,114</b>

$$PV = FV \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right]$$

# Ejemplo

<u>Años desde hoy</u>	<u>Flujo</u>	<u>DF al 8.5%</u>	<u>PV del flujo</u>
1	200,000	0.921659	184,332
2	340,000	0.849455	288,815
3	500,000	0.782908	391,454
4	580,000	0.721574	418,513
		<b>Total PV:</b>	<b>1,283,114</b>

- Recordemos que el Factor de Descuento (DF) es el término entre corchetes de la fórmula genérica de PV.
- DF es  $(1+i)^{-N}$  en este caso para el flujo 2  $(1+0.085)^{-2} = 1.085^{-2} = 0.849455$

$$340,000 \times 0.849455 = 288,815$$

# Demostración

- Veamos que pasa si invertimos 1,283,114 USD en un banco al 8.5% y al final de cada año sacamos la cantidad necesaria para cumplir cada uno de los pagos.

(1) <b><u>Año</u></b>	(2) <b><u>Importe al comienzo del año</u></b>	(3) <b><u>Intereses al 8.5%</u></b> [0.085 x (2)]	(4) <b><u>Sacamos para pagar lo acordado</u></b>	(5) <b><u>Importe al final del año</u></b> [(2)+(3)-(4)]
1	1,283,114	109,065	200,000	1,192,179
2	1,192,179	101,335	340,000	953,514
3	953,514	81,049	500,000	534,563
4	534,563	45,437	580,000	0

# 1.3.1. Valor Presente de una Renta

- Decíamos que una Renta es cuando la misma cantidad de dinero es recibida (o pagada) periódicamente.
- Fórmula para el cálculo del PV de una Renta:

Donde:

R = importe de la Renta

i = tasa de interés anual (en decimal)

N = Número de años

$$PV = R \left[ \frac{1 - \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right]}{i} \right]$$

# Ejemplo

- Un inversor tiene la oportunidad de comprar un instrumento financiero que promete pagar 500 USD al año durante los próximos 20 y empezando dentro de uno.
- El instrumento financiero se lo ofrecen a un precio de 5,300 USD.
- El inversor busca una rentabilidad anual del 5.5% para su inversión.
- ¿Debería comprar el producto que le ofrecen?

# Ejemplo

$$PV = R \left[ \frac{1 - \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right]}{i} \right]$$

Tenemos que calcular el PV de una Renta donde:  
 $R=500$ ;  $i=0.055$ ;  $N=20$

$$PV = 500 \left[ \frac{1 - \left[ \frac{1}{(1 + 0.055)^{20}} \right]}{0.055} \right] = 500 \left[ \frac{1 - \left[ \frac{1}{2.917757} \right]}{0.055} \right] = 500 \left[ \frac{1 - 0.342729}{0.055} \right]$$

$$PV = 500 \times 11.950382 = 5,975.19 \text{ USD}$$

Como el valor presente de una renta al 5.5% de 500 USD excede el precio del instrumento financiero (5,300) es una inversión atractiva.

# Renta Perpetua: un caso especial

- Supongamos que el plazo de la Renta se extiende de forma ilimitada, es decir  $N \rightarrow \infty$

Entonces  $(1+i)^\infty = \infty$

Como  $1/\infty=0$  y  $1-0=1$

Nos queda que  $PV=R/i$

$$PV = R \left[ \frac{1 - \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right]}{i} \right]$$

$$PV = \frac{\text{Renta}}{i}$$

## 1.3.2. Actualización múltiple: la frecuencia es mayor de 1 vez al año

- Como ya hemos visto una inversión puede pagar intereses más de una vez al año. Por ejemplo: semestral, trimestral, mensual, semanal o diario.
- Tenemos que ajustar:
  - el tipo de interés anual “i”
  - el exponente N de nuestra fórmula

$$PV = FV \left[ \frac{1}{(1 + i)^N} \right]$$

# PV cuando la frecuencia es mayor de 1 vez al año

- El tipo de interés anual se ajusta dividiéndolo por el número de veces que paga intereses al año (\*)
- El exponente, que representa el número de años  $N$ , se ajusta multiplicando el número de años por el número de veces que se pagan intereses al año.

$$PV = FV \left[ \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{Nm}} \right]$$

$m$  = número de pagos de intereses al año

# PV de una Renta cuando la frecuencia de pago es más de 1 año

- De la misma forma que hemos hecho con la fórmula general de PV modificamos "i" y N.

$$PV = \frac{R}{m} \left[ \frac{1 - \left[ \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{Nm}} \right]}{\frac{i}{m}} \right]$$

Donde:

R = importe de la Renta anual

i = tasa de interés anual (en decimal)

N = Número de años

m = Número de pagos al año

## 2. Mercados Monetarios

## 2. Mercados Monetarios

1. Depósitos interbancarios
  - Definición
  - Plazos
2. Fórmulas de valoración de un depósito
3. Comparación entre distintas convenciones
  - Cambio de base
4. Propuesta de convenciones a utilizar en los países de la región.

## 2.1. Depósitos interbancarios

- Son aquellas operaciones entre entidades financieras en las que se toma/presta dinero sin garantía de ningún colateral.
- La formulación matemática para su valoración la hemos visto en el apartado anterior de conceptos básicos.
- Veamos ahora algunas de las peculiaridades de la operativa del mercado interbancario.

# Plazos

En función del plazo se empleará la fórmula de interés simple o compuesta.

- Para un plazo inferior o igual a un año natural tasa de interés simple
- Para un plazo superior a un año natural tasa de interés compuesta

# Plazo $>$ , $<$ ó $=$ a un año

- Se entiende que el plazo es mayor que un año natural si entre la fecha de valor de la operación y la de amortización hay más de 365 días o de 366 si entre ambas fechas hay un 29 de febrero.
- En la práctica, basta con determinar si la fecha de amortización es posterior a la que resulta de desplazar la fecha de valor al mismo día y mes del año siguiente.
  - Ejemplo: Si la fecha valor es el 23 de abril, cualquier valor con amortización posterior al 23 de abril del siguiente año tendrá más de un año de vida residual

## 2.2. Fórmulas de valoración de un depósito

- Para un plazo inferior o igual a un año natural tasa de interés simple

$$FV = PV(1+iN)$$

- Para un plazo superior a un año natural tasa de interés compuesta

$$FV = PV(1+i)^N$$

# Fórmulas de valoración de un depósito

Tanto en simple  $FV = PV(1+iN)$

como en compuesta  $FV = PV(1+i)^N$

- La N significa plazo expresado en años
  - Podemos encontrar "t o T" en vez de N pero se puede confundir con la abreviatura de tasa
- Esta N a veces es más fácil expresarla en el número de días reales del plazo (d) dividido por los días de un año (también llamado base).

$$N = \text{plazo en días} / \text{días de un año} = d / \text{base}$$

## 2.3. Comparación entre distintas convenciones

Hay básicamente 2 convenciones en el mundo para depósitos interbancarios:

- Base 360, la más ampliamente usada.
- Base 365, utilizada fundamentalmente por algunos países de la Commonwealth.

# Comparación entre distintas convenciones

<u>Actual/360</u>					<u>Actual/365</u>
ANG	CLP	FIM	LUF	RUB	AUD do
ARS	COP	FRF	MAD	SAR	CAD
ATS	CYP	GIP	MXN	SEK	CNY
AUD ex	CZK	GRD	NLG	SIT	GBP
BEF	DEM	HUF	NOK	TND	HKD
BGN	DKK	IEP	NZD	TRL	PLN
BOB	ECS	ISK	PEN	USD	SGD
BRL	EEK	ITL	PHP	UYP	THB
CHF	ESP	JPY	PTE	VEB	ZAR
CLF	EUR	KWD	PYG	XEU	

# Comparación entre distintas convenciones

- En depósitos **interbancarios** siempre se usa la misma base, tanto cuando se toma dinero como cuando se presta.
- En la operativa con **clientes** es frecuente cambiar de base en función de si se está tomando o prestando dinero.
  - Tomando, base 365, pago menos intereses.
  - Prestando, base 360, recibo más intereses.

# Comparación entre distintas convenciones

$$\text{Intereses} = \text{Capital} \times \text{Tasa} \times \frac{\text{días}}{\text{base}}$$

Capital	1,000,000	1,000,000
Tasa	0.05	0.05
días	120	120
<b>base</b>	<b>360</b>	<b>365</b>
Intereses	16,666.67	16,438.36

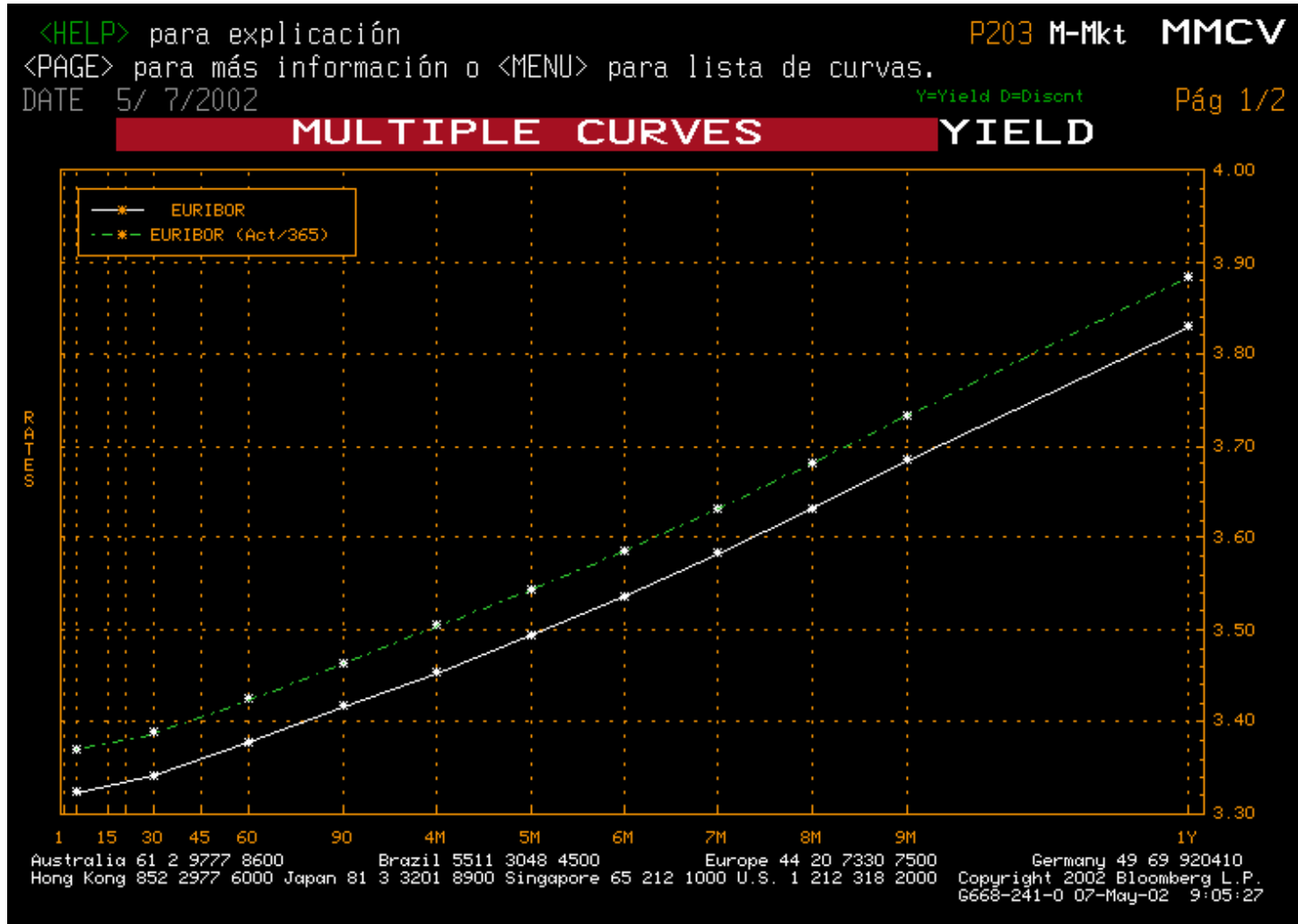
# Cambio de base

- Para calcular la tasa equivalente en otra base debemos de dividir la tasa de interés por la base que estemos usando y multiplicar por la nueva base.
- 5% en 365 equivale a 4.931507% en 360  
 $5\% * 360 / 365 = 4.931507\%$
- 5% en 360 equivale a 5.069444% en 365  
 $5\% * 365 / 360 = 5.069444\%$

# Cambio de base

Capital	1,000,000	1,000,000	1,000,000	1,000,000
Tasa	0.05	0.0493151	0.05	0.0506944
Días	120	120	120	120
Base	365	360	360	365
Intereses	16,438.36	16,438.36	16,666.67	16,666.67

# Cambio de Base



## 2.4. Propuesta de convenciones a utilizar en los países de la región

- Con el fin de armonizar las convenciones de cálculo a utilizar en la región con las empleadas en la mayoría de los mercados internacionales, se propone usar:
  - Fórmula de tasa simple para operaciones a plazo inferior o igual a un año.
  - Fórmula de tasa compuesta para operaciones a plazo superior a un año
  - En ambos casos base Actual/360

### 3. Instrumentos de corto plazo: Letras

# 3. Instrumentos de corto plazo:

## Letras

1. Valoración de instrumentos financieros
2. Diferencia entre rendimiento implícito y rendimiento explícito.
3. Fórmulas de valoración de Letras
  - Plazo igual o inferior a un año
  - Plazo superior a un año
4. Propuesta de convenciones a utilizar en los países de la región.

# 3.1. Valoración de Instrumentos Financieros

- El precio de cualquier instrumento financiero es el PV de los flujos esperados de la inversión en el instrumento financiero
- Determinar el precio, por lo tanto, requiere de:
  - Estimación de los flujos esperados.
  - Determinación de la tasa de interés apropiada para descontar los flujos.

# Valoración de Instrumentos Financieros

- Los flujos de un periodo son simplemente la diferencia entre los flujos de entrada y los de salida. La estimación de los flujos esperados puede ser sencilla en algunos casos o muy compleja en otros.
- La determinación de la tasa de interés apropiada para descontar los flujos ha de hacerse comparando rentabilidades de instrumentos con riesgos similares.

## 3.2. Diferencia entre rendimiento implícito y rendimiento explícito

Del diccionario

- **Implícito:** *del latín implicitus. Adjetivo.*  
Dícese de lo incluido en otra cosa sin que esta lo exprese.
- **Explícito:** *del latín explicitus. Adjetivo.*  
Que expresa clara y determinadamente una cosa.

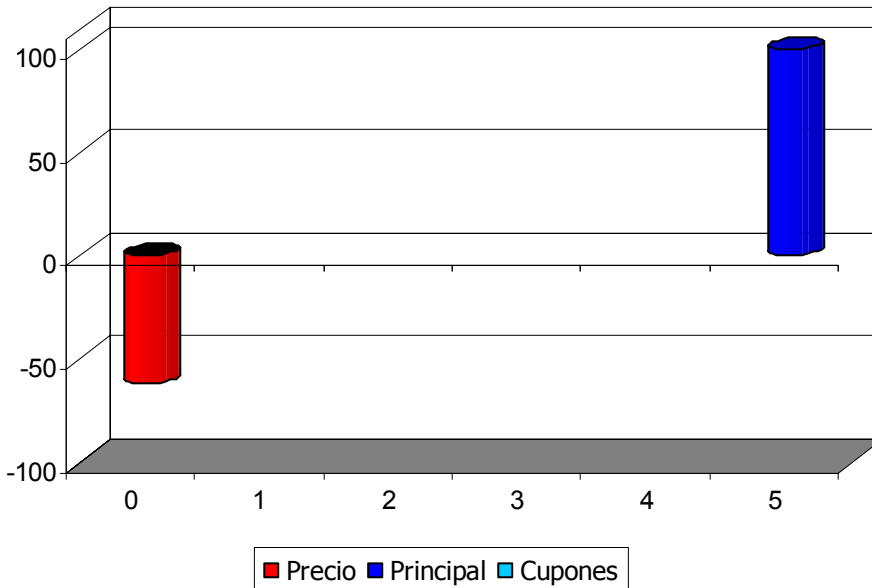
# Diferencia entre rendimiento implícito y rendimiento explícito

Instrumentos financieros de rendimiento **implícito** son aquellos que su rentabilidad viene dada únicamente por la diferencia entre el precio de adquisición y su valor al vencimiento.

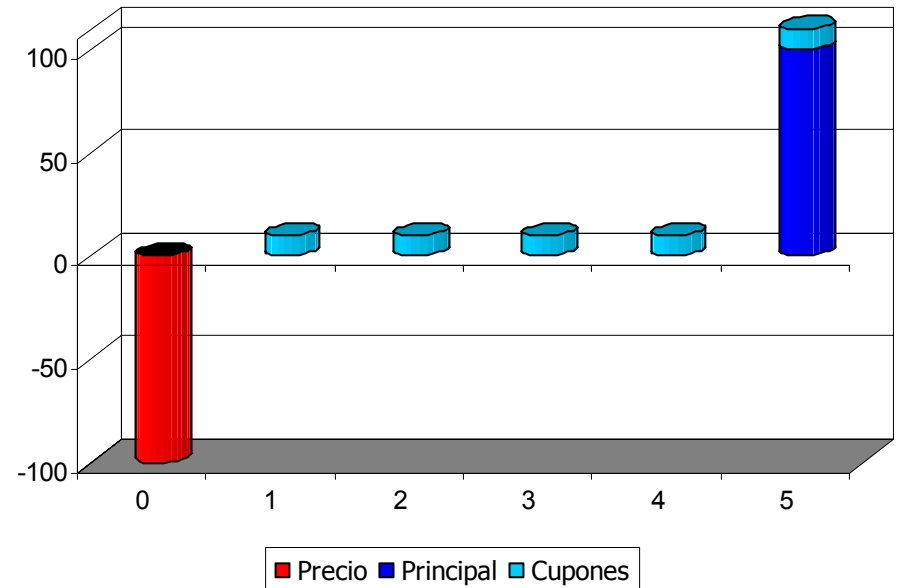
Instrumentos financieros de rendimiento **explícito** son aquellos que su rentabilidad viene dada principalmente por el pago de ciertas rentas además de por la posible diferencia entre el precio de adquisición y su valor al vencimiento.

# Diferencia entre rendimiento implícito y rendimiento explícito

**Instrumento financiero de rendimiento implícito a 5 años, cupón cero (TIR 10%)**



**Instrumento financiero de rendimiento explícito a 5 años, cupón 10% (TIR 10%)**



# Elegir

¿Que prefiero?

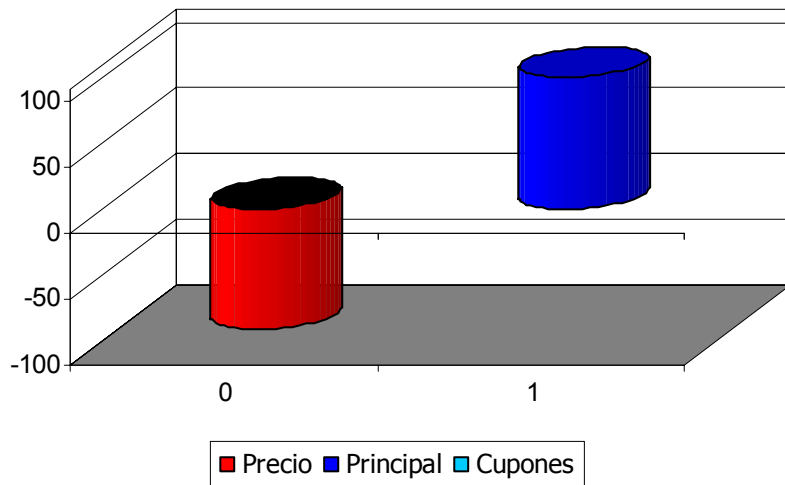
- A) Invertir 90 y recibir 100 dentro de 1 año
- B) Invertir 100 y recibir 110 dentro de 1 año

Es más rentable invertir 90 y obtener 100

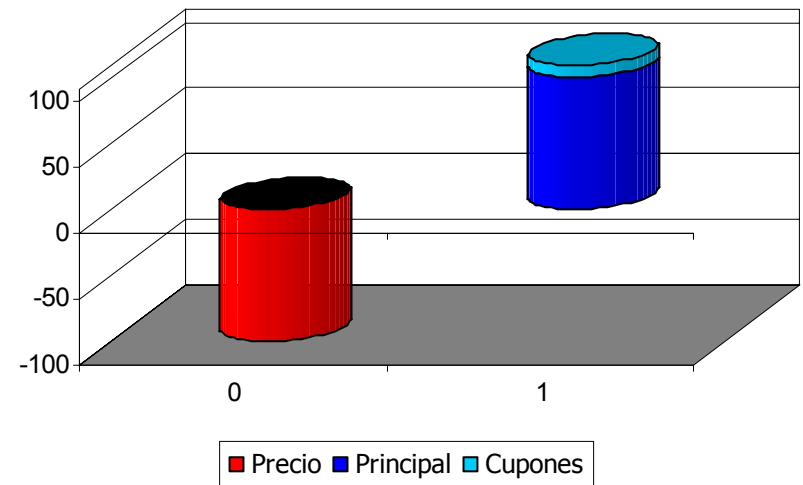
- A) 11.11%
- B) 10.00%

# Diferencia entre rendimiento implícito y rendimiento explícito

**Instrumento financiero de rendimiento implícito a 1 año, al descuento (TIR 10%)**

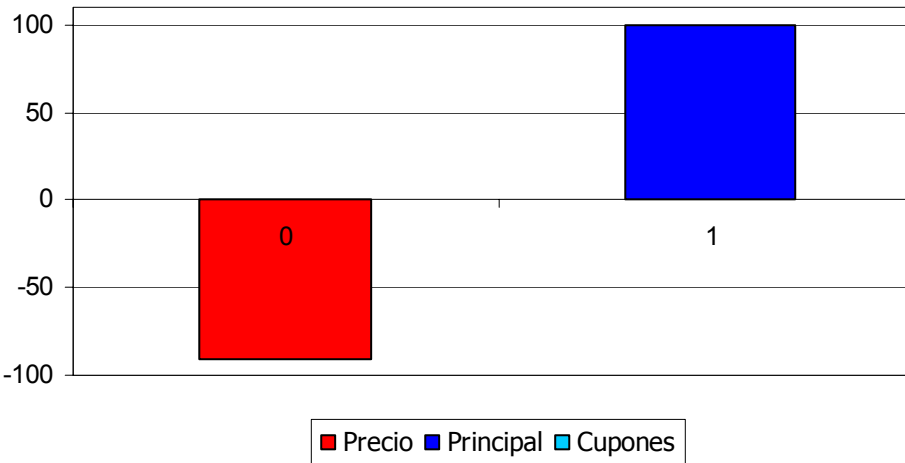


**Instrumento financiero de rendimiento explícito a 1 año, cupón 10% (TIR 10%)**

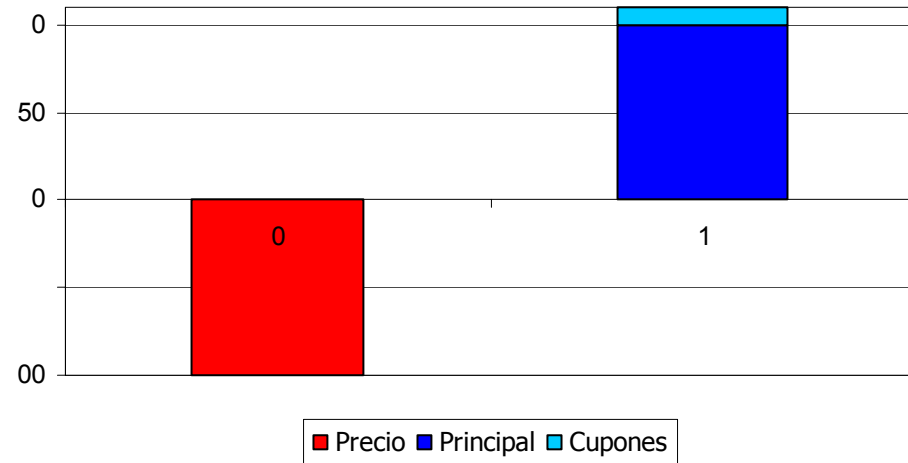


# Diferencia entre rendimiento implícito y rendimiento explícito

**Instrumento financiero de rendimiento implícito a 1 año, al descuento (TIR 10%)**



**Instrumento financiero de rendimiento explícito a 1 año, cupón 10% (TIR 10%)**



# Diferencia entre rendimiento implícito y rendimiento explícito

- Las **Letras** son el típico instrumento financiero a corto plazo (normalmente máximo 18 meses) emitido al descuento, en el que a vencimiento obtendremos la par (100) a cambio de una inversión inferior a 100.
- Un **Bono** a corto plazo se emite entorno a la par y obtenemos los intereses generados durante la vida del producto (cupón o cupones) y a vencimiento devolución del principal (par).

# Diferencia entre rendimiento implícito y rendimiento explícito

<i>Instrumentos a vto. 1 año</i>	Emisión	Vencimiento
Rendimiento implícito (Letra)	90	100
Rendimiento explícito (Bono)	100	110

# Ejemplo diferencia rendimiento implícito y rendimiento explícito

- Queremos emitir un activo financiero con vencimiento dentro de 1 año.
- Tenemos 2 alternativas en cuanto a su formalización:
  - Al descuento (rendto implícito)
  - Como un bono normal (rendto explícito)
- En cualquier caso la emisión se hará a tasas de interés de mercado (ejem: 10%)

# Ejemplo diferencia rendimiento implícito y rendimiento explícito

- Si emitimos al 10% de TIR los precios de emisión serán:
  - Letra al descuento: 90.91
  - Bono cupón fijo anual 10%: 100.00
- Dentro de 1 año la amortización será:
  - Letra al descuento: 100.00
  - Bono cupón fijo anual 10%: 100.00

# Ejemplo diferencia rendimiento implícito y rendimiento explícito

- La evolución natural de los precios de estos activos si el mercado (las tasas de interés) se mantiene sin variaciones sería:
  - Letras: El precio va aumentando día a día hasta llegar a la par.
  - Bonos: El precio se mantiene constante a la par.

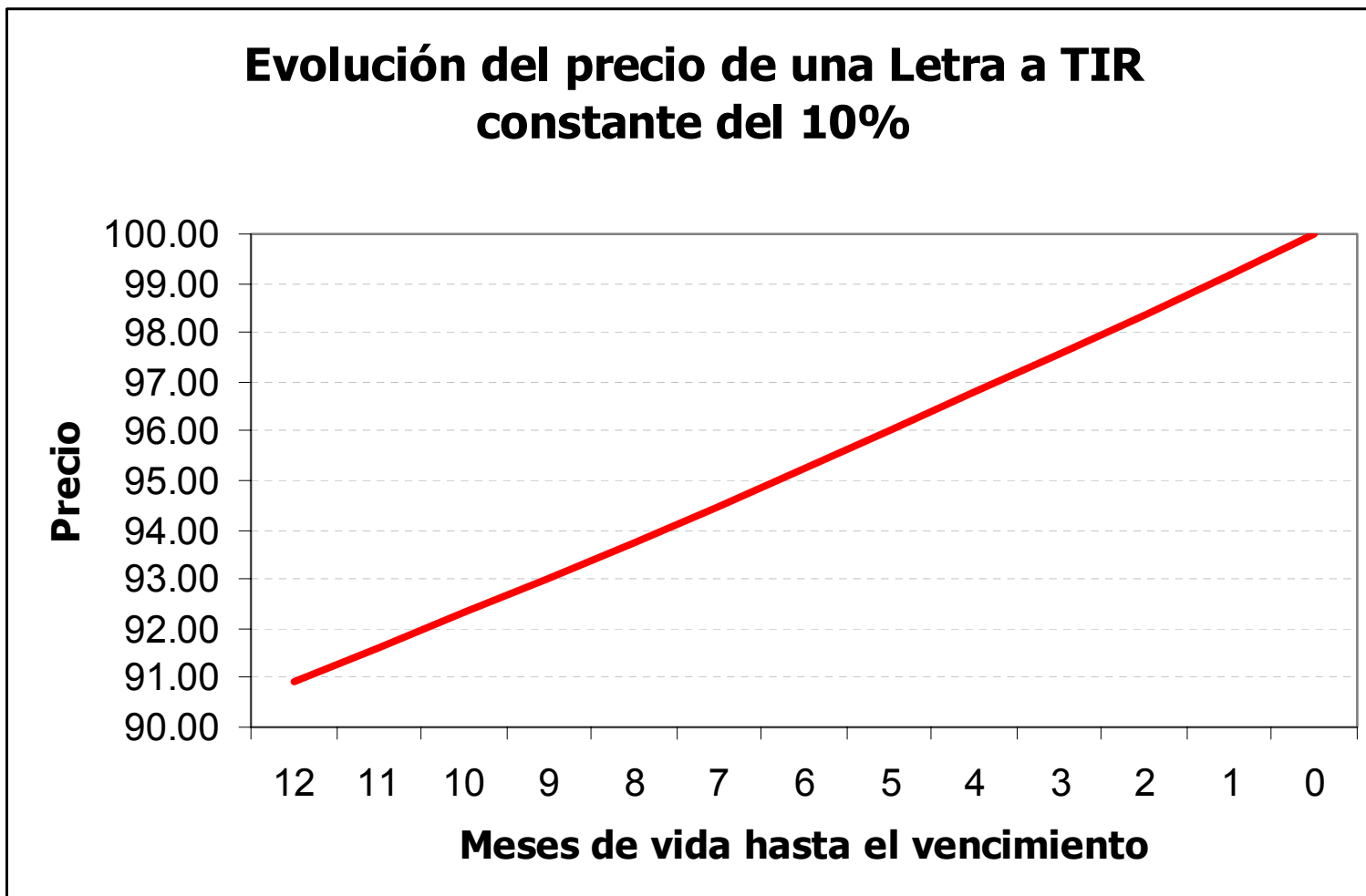
# Ejemplo diferencia rendimiento implícito y rendimiento explícito

- Supongamos que 1 mes después de efectuar la emisión las tasas de interés de mercado a 11 meses (mismo vencimiento que nuestras emisiones) han bajado al 5%.
- Esto nos invita a emitir más papel puesto que el coste de nuestra financiación se ha reducido.
- Decidimos ampliar las emisiones.

# Ejemplo diferencia rendimiento implícito y rendimiento explícito

- Las Letras seguirían su camino previsto de convergencia a la par. Con la bajada de tasas convergerían más rápido en ese momento y durante el resto de la vida de la Letra el precio de esta convergería más despacio si las tasas no se mueven nuevamente.
- El Bono daría un importante salto en su cotización, el precio se dispararía.

# Ejemplo diferencia rendimiento implícito y rendimiento explícito



# Ejemplo diferencia rendimiento implícito y rendimiento explícito

- La nueva emisión de Letras sería normal.
- La nueva emisión de Bonos sería anormal.
  - Tendríamos que emitir a premio (muy por encima de la par) para poder compensar el efecto del gran cupón que paga este bono.

# Ejemplo diferencia rendimiento implícito y rendimiento explícito

	TIR 10%	TIR 5%	
	<u>Emisión inicial</u> (12 meses)	<u>Ampliación emisión</u> (11 meses)	<u>Amortización del principal</u>
Letras	90.91	95.61	100.00
Bonos	100.00	105.18	100.00

# Ejemplo diferencia rendimiento implícito y rendimiento explícito

- La **Letra** es un instrumento financiero que se adapta mucho mejor a las necesidades del **corto plazo**.
- El **Bono** es un instrumento financiero que se adapta mucho mejor a las necesidades del **largo plazo**.

## 3.3. Fórmulas de valoración de Letras

- Para un vencimiento inferior o igual a un año natural:

$$P = \text{Par} \frac{360}{360 + i \times d}$$

- Para un vencimiento superior a un año natural:

$$P = \frac{\text{Par}}{(1 + i)^{\frac{d}{360}}}$$

# Fórmulas de valoración de Letras

donde:

$$P = \text{Par} \frac{360}{360 + i \times d}$$
$$P = \frac{\text{Par}}{(1 + i)^{\frac{d}{360}}}$$

P = Precio a pagar por la Letra

Par = Amortización de la Letra (100). Para obtener el precio en unidades monetarias lo multiplicamos por el importe nominal.

i = Tasa de rendimiento anual.

d = Número de días reales desde la fecha de valor de la operación hasta el vencimiento.

# Fórmulas de valoración de Letras

$$P = \text{Par} \frac{360}{360 + i \times d}$$

$$\frac{P}{\text{Par}} = \frac{360}{360 + i \times d}$$

$$\frac{\text{Par}}{P} = \frac{360 + i \times d}{360}$$

$$\frac{\text{Par}}{P} = \frac{360}{360} + \frac{i \times d}{360}$$

$$\frac{\text{Par}}{P} = 1 + \frac{i \times d}{360}$$

$$\frac{\text{Par}}{P} - 1 = \frac{i \times d}{360}$$

$$\frac{\text{Par}}{P} - 1 \times \frac{360}{d} = i$$

$$\frac{\text{Par}}{P} - \frac{P}{P} \times \frac{360}{d} = i$$

$$\frac{\text{Par} - P}{P} \times \frac{1}{t} = i$$

$$\frac{\text{Intereses}}{P} \times \frac{1}{t} = i$$

$$\text{Intereses} = P \times i \times t$$

# Valoración de Letras en Panamá

Transacción	11/dic/2001	11/dic/2001	11/dic/2001
Liquidación (T + 3)	14/dic/2001	14/dic/2001	14/dic/2001
Plazo (días)	270	270	270
Vencimiento	10/sep/2002	10/sep/2002	10/sep/2002
Día de la semana	martes	martes	martes
Base	4.2600%	4.3600%	5.0900%
Margen			
Descuento	4.2600%	4.3600%	5.0900%
Precio	96.8050	96.7300	96.1825
Discount yield	4.2600%	4.3600%	5.0900%
CD equivalent yield	4.4006%	4.5074%	5.2920%
Bond equivalent yield	4.4299%	4.5366%	5.3197%

# Valoración de Letras en Panamá

- Para un vencimiento inferior o igual a un año natural en Panamá utilizan la misma fórmula que los T-Bills norteamericanos:

$$P = \text{Par} \left( 1 - \frac{i \times d}{360} \right)$$

# Valoración de Letras en Panamá

$$P = \text{Par} \left( 1 - \frac{i \times d}{360} \right)$$

$$\text{Par} - P = \frac{\text{Par} \times i \times d}{360}$$

$$P = \text{Par} - \frac{\text{Par} \times i \times d}{360}$$

$$\text{Par} - P = \text{Par} \times i \times t$$

$$P - \text{Par} = - \frac{\text{Par} \times i \times d}{360}$$

$$\text{Intereses} = \text{Par} \times i \times t$$

# Comparación Estándar vs Panamá

$$P = \text{Par} \frac{360}{360 + i \times d}$$

$$P = \text{Par} \left( 1 - \frac{i \times d}{360} \right)$$

$$\text{Intereses} = P \times i \times t$$

$$\text{Intereses} = \text{Par} \times i \times t$$

	<u>Estándar</u>	<u>Panamá</u>
Días	221	221
Tasa de interés	4.365%	4.365%
Precio de la Letra	<b>97.39</b>	<b>97.32</b>
	<u>Estándar</u>	<u>Panamá</u>
Días	360	360
Tasa de interés	10.000%	10.000%
Precio de la Letra	<b>90.91</b>	<b>90.00</b>

## 3.4. Propuesta de convenciones a utilizar en los países de la región

– Con el fin de armonizar las convenciones de cálculo a utilizar en la región con las empleadas en la mayoría de los mercados internacionales, se propone usar:

- Fórmula para Letras a vencimiento inferior o igual a un año:

$$P = \text{Par} \frac{360}{360 + i \times d}$$

- Fórmula para Letras a vencimiento superior a un año:

$$P = \frac{\text{Par}}{(1 + i)^{\frac{d}{360}}}$$

## 4. Bonos estándares (rendimiento explícito, cupón fijo)

## 4. Bonos estándares (rendimiento explícito, cupón fijo)

1. Cálculo del precio de un bono
  - Precio con fecha valor entre cupones
2. El concepto de la TIR
3. Relación entre Precio y TIR de un bono
4. Efecto del tiempo sobre un bono
5. Bonos cupón cero
6. Variaciones en los precios de los bonos

## 4.1. Cálculo del precio de un bono

## 4.1. Cálculo del precio de un bono

- El Precio de cualquier instrumento financiero es igual al Valor Presente de los flujos esperados.
- La tasa de interés o tasa de descuento empleada para calcular el PV dependerá de la rentabilidad ofrecida en el mercado por activos similares.
- En este taller hablaremos siempre de activos sin opciones de ningún tipo (\*).

# Cálculo del precio de un bono

- El primer paso para calcular el precio de un bono es determinar sus flujos.
- Hay normalmente 2 tipos de flujos:
  - Pagos de los cupones periódicos que normalmente serán anuales o semestrales)
  - Devolución del principal (par) a vencimiento.

# Determinación de la tasa de descuento para valorar un bono

- La tasa de descuento para valorar un bono se determina por comparación con otros bonos de similar riesgo crediticio y vencimiento (\*).
- La rentabilidad siempre se determina como tasa de interés anual.
- Cuando los cupones son semestrales la convención es usar la mitad de la tasa de interés anual como tasa periódica para descontar los cupones (como vimos en ejemplos anteriores).

# Cálculo del precio de un bono

- El Precio de un bono es el Valor Presente de sus flujos y estos pueden ser determinados por la suma de:
  - El PV de los cupones
  - El PV del principal (par) a vencimiento.
- En general podemos calcularlo con la siguiente fórmula:

$$p = \frac{C_1}{(1+i)^1} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C_N}{(1+i)^N} + \frac{\text{Par}}{(1+i)^N}$$

# Ejemplo del cálculo del precio de un bono

- Supongamos un bono a 20 años con valor nominal de 1000, cupones anuales del 9% y que descontamos sus flujos al 12%

$$p = \frac{C_1}{(1+i)^1} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C_N}{(1+i)^N} + \frac{\text{Par}}{(1+i)^N}$$

- El PV de sus cupones podría calcularse:

$$PV_{\text{cup}} = \frac{90}{(1+0.12)^1} + \frac{90}{(1+0.12)^2} + \frac{90}{(1+0.12)^3} + \dots + \frac{90}{(1+0.12)^{20}}$$

# Valor Presente de una Renta

- Decíamos que una Renta es cuando la misma cantidad de dinero es recibida (o pagada) periódicamente.
- Fórmula para el cálculo del PV de una Renta:

Donde:

R = importe de la Renta

i = tasa de interés anual (en decimal)

N = Número de años

$$PV = R \left[ \frac{1 - \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right]}{i} \right]$$

# Ejemplo del cálculo del precio de un bono

$$PV_{\text{cup}} = 90 \left[ \frac{1 - \left[ \frac{1}{(1 + 0.12)^{20}} \right]}{0.12} \right] = 90 \left[ \frac{1 - \left[ \frac{1}{9.64629309} \right]}{0.12} \right] = 90 \left[ \frac{1 - 0.10366677}{0.12} \right] =$$

$$= 90 \times 7.46944362 = 672.25$$

- El Valor Presente del principal a vencimiento será:

$$PV_{\text{princ}} = 1000 \times 1/(1+0.12)^{20} = 1/9.64629 \\ = 103.66$$

# Ejemplo del cálculo del precio de un bono

- Por lo tanto el precio del bono será igual a la suma de los 2 valores presentes:

$$\text{PV de los cupones} = 672.25$$

$$\text{PV del principal a vencimiento} = \frac{103.66}{}$$

$$\text{Precio} = \frac{775.91}{}$$

# Precio de un bono cuando la fecha valor cae entre cupones

- Hasta ahora hemos asumido períodos de calculo con cupones completos.
- Cuando los cupones no son completos (fecha valor entre cupones) hay que resolver 3 cuestiones:
  1. Días hasta el próximo cupón (conteo de días)
  2. Cálculo del PV de flujos con periodos fraccionales.
  3. Compensación del comprador al vendedor por la fracción del periodo de tenencia del bono (cupón corrido).

# Conteo de días

- Las convenciones de mercado responden a la primera pregunta: el número de días hasta el próximo cupón.
- La convención estándar en los mercados internacionales y hacia la que tienden la mayoría de los emisores es “Actual/Actual”.
- Significa: número de días real del mes / número real de días del período del cupón

# Conteo de días

<b><u>Fecha inicio</u></b> <b><u>período</u></b>	<b><u>Fecha fin</u></b> <b><u>período</u></b>	<b><u>Días</u></b>	<b><u>Años</u></b>
14/05/02	07/02/03	269	0.73699
07/02/03	07/02/04	365	1.00000
07/02/04	07/02/05	366	1.00000
07/02/05	07/02/06	365	1.00000
07/02/06	07/02/07	365	1.00000
07/02/07	07/02/08	365	1.00000
07/02/08	07/02/09	366	1.00000
07/02/09	07/02/10	365	1.00000

# PV de flujos con periodos fraccionales

- Tenemos que modificar la fórmula del PV para que tenga en cuenta el período fraccional. Para ello tenemos antes que calcular:
  - Número de días en el período del cupón.
  - Ratio ( $w$ ) del resto del cupón.
  - Proporción  $w$  del primer flujo.
  - Precio con la nueva fórmula.

# PV de flujos con periodos fraccionales

- Número de días en el período del cupón.
  - Según la convención del conteo de días
- Ratio (w) del resto del cupón.

días entre valor y pago siguiente cupón

$$w = \frac{\text{días entre valor y pago siguiente cupón}}{\text{días en el periodo del cupón}}$$

- Proporción w del primer flujo.
  - Primer flujo = cupón (c) x ratio (w)

# PV de flujos con periodos fraccionales

- La nueva fórmula para un bono al que le quedan N pagos de cupón será:

$$p = \frac{w * c}{(1 + i)^w} + \frac{c}{(1 + i)^{1+w}} + \frac{c}{(1 + i)^{2+w}} + \dots + \frac{c}{(1 + i)^{N-1+w}} + \frac{\text{Par}}{(1 + i)^{N-1+w}}$$

donde:

p = Precio del bono

c = cupon

Par = valor al vencimiento

i = Tasa de interes anual (en decimal)

# PV de flujos con periodos fraccionales

El exponente puede generalizarse como:

$$t - 1 + w$$

Para el primer periodo:  $1-1+w = w$

Para el segundo periodo:  $2-1+w = 1+w$

Si al bono le quedan por pagar 10 cupones:

$$10-1+w = 9+w$$

$$p = \frac{w * c}{(1 + i)^w} + \frac{c}{(1 + i)^{1+w}} + \frac{c}{(1 + i)^{2+w}} + \dots + \frac{c}{(1 + i)^{N-1+w}} + \frac{\text{Par}}{(1 + i)^{N-1+w}}$$

# PV de flujos con periodos fraccionales

<u>Período</u>	<u>Flujo</u>	<u>DF</u>	<u>PV</u>
0.73699	3.684931507	0.957965622	3.5300
1.73699	5	0.903741153	4.5187
2.73699	5	0.852585990	4.2629
3.73699	5	0.804326409	4.0216
4.73699	5	0.758798499	3.7940
5.73699	5	0.715847640	3.5792
6.73699	5	0.675327962	3.3766
7.73699	105	0.637101851	66.8957
Flujos descontados al 6%		Precio con cc:	<b>93.9789</b>

# Cálculo del cupón corrido

- El comprador de un bono debe de compensar al vendedor por la parte proporcional del próximo cupón que el comprador va a recibir (con el corte de cupón) pero que corresponde realmente al vendedor por el periodo de tiempo que mantuvo el bono en su poder (desde el inicio del cupón hasta la fecha de venta).

# Cálculo del cupón corrido

- El cálculo del cupón corrido en % es:

$$CC = C \frac{\text{días desde último cupón a la fecha valor}}{\text{días en el periodo del cupón}}$$

# Ejemplo del cálculo del cupón corrido

– Tenemos un bono de cupón anual del 5% y vencimiento 07/02/10; calcular el cc al 14/05/02.

- Fecha de inicio del cupón 07/02/02
- Fecha fin del cupón 07/02/03
- Fecha valor 14/05/02
- Días del cupón completo 365
- Días del cc 96

$$cc = c \frac{\text{días desde último cupón a la fecha valor}}{\text{días en el periodo del cupón}} = 5 \frac{96}{365}$$

$$cc = 1.3150685 \quad (\text{expresado en porcentaje del nominal})$$

# Cálculo del efectivo de un bono

- Ya hemos visto que el precio de los bonos se expresa en porcentaje del nominal, normalmente con 2 decimales.
- Los bonos cotizan siempre con precio excupón, para calcular el efectivo debemos de tener en cuenta el cc y añadirlo al precio.

# Ejemplo del cálculo del efectivo de un bono

– Con los datos del ejemplo anterior (bono de cupón anual 5% y vencimiento 07/02/10) calcular el efectivo de una operación de compraventa de 1 millón de USD efectuada el 14/05/02 al precio de 92.66

– Ya hemos calculado el  $cc = 1.3150685$

$$\text{Efectivo} = (\text{Precio} + cc) \times \text{Nominal} / 100$$

$$\text{Efectivo} = (92.33 + 1.3150685) \times 1,000,000 / 100$$

$$\text{Efectivo} = (93.9751) \times 10,000 = 939,750.68 \text{ USD}$$

# Ejemplo del cálculo del efectivo de un bono

- También podemos calcular por separado el efectivo correspondiente al Precio excupón y sumarle el correspondiente al cupón corrido.

$$\text{Efectivo (P ex)} = \text{Precio} \times \text{Nominal} / 100$$

$$\text{Efectivo (P ex)} = 92.66 \times 1,000,000 / 100$$

$$\text{Efectivo (P ex)} = 926,600.00 \text{ USD}$$

$$\text{Cupón corrido} = \text{cc} \times \text{Nominal} / 100$$

$$\text{Cupón corrido} = 1.3150685 \times 1,000,000 / 100$$

$$\text{Cupón corrido} = 13,150.68 \text{ USD}$$

$$\text{Total} = 926,600.00 + 13,150.68 = 939,750.68 \text{ USD}$$

# ANEXO: Recall vs Callable

Hay que diferenciar 2 conceptos absolutamente distintos, que no tienen nada que ver y que en algún momento podrían ser confundidos por su denominación en inglés.

- Posibilidad de recompra de una emisión o *recall* de la emisión.
- Bonos con opción de compra o *callable*

# ANEXO:

## Recall vs Callable

- Posibilidad de recompra de una emisión o *recall* de la emisión.
  - Es el anuncio público de que el emisor **desea** recomprar todo o parte de una emisión **a precios de mercado**.
  - Se suele efectuar bien acudiendo al mercado como un participante más (normalmente a través de los creadores de mercado) o dando la oportunidad a los tenedores del papel de que presenten ofertas de este.
  - Es voluntario para ambas partes.

# ANEXO:

## Recall vs Callable

- Bonos con opción de compra o *callable*.
  - Es el **ejercicio del derecho** que el emisor tiene a amortizar anticipadamente todo o parte de una emisión **a un precio establecido de antemano** (normalmente la par).
  - En una o varias fechas predeterminadas el emisor puede ejercer su derecho.
  - Es obligatorio para el tenedor del bono e implicará la amortización de la parte proporcional de la emisión que se encuentre en su poder.

# ANEXO:

## Recall vs Callable

- La recompra o canje de un bono es algo que se suele dar circunstancialmente y es habitual en los mercados internacionales.
- Los bonos callable NO son un estándar internacional. Aunque no suponen problemas técnicos de valoración, el hecho es que los inversores se limitan a valorarlos como si el vencimiento fuera la primera fecha de call.

## 4.2. El concepto de la TIR

## 4.2. El concepto de la TIR

- La TIR es una “promesa” de rentabilidad que se cumple solo si se cumplen dos condiciones:
  1. **Mantenemos el bono hasta vencimiento.**
  2. **Los cupones que cobramos los reinvertimos a una tasa de interés igual a la TIR.**

# TIR

TIR=Tasa Interna de Retorno=Rentabilidad

IRR=Internal Rate of Return=Yield

- En los apartados anteriores hemos calculado el FV siendo "i" y PV datos conocidos o el PV siendo "i" y FV datos.
- Ahora vamos a calcular el valor de "i" cuando conocemos PV y FV.

# TIR

- La rentabilidad de una inversión se calcula determinando cual es la tasa de interés que igualará el PV de los flujos al precio de la inversión.
- Matemáticamente la rentabilidad de una inversión, “y”, es la tasa de interés que hace cierta la siguiente relación:

$$p = \frac{C_1}{(1+y)^1} + \frac{C_2}{(1+y)^2} + \frac{C_3}{(1+y)^3} + \dots + \frac{C_N}{(1+y)^N}$$

# TIR

$$p = \frac{C_1}{(1+y)^1} + \frac{C_2}{(1+y)^2} + \frac{C_3}{(1+y)^3} + \dots + \frac{C_N}{(1+y)^N}$$

donde:

$C_t$  = Flujo en el año  $t$

$p$  = Precio

$N$  = Número de años

# TIR

$$p = \frac{C_1}{(1+y)^1} + \frac{C_2}{(1+y)^2} + \frac{C_3}{(1+y)^3} + \dots + \frac{C_N}{(1+y)^N}$$

- Los términos individuales que hemos sumado en el lado derecho de la igualdad son los Valores Presentes de los flujos.
- De la misma forma podemos escribirlo usando la letra griega sigma mayúscula que significa sumatorio.

$$p = \sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+y)^t}$$

# TIR

$$p = \sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+y)^t}$$

- La única forma de resolver esta ecuación para calcular “y” es por el método de *prueba y error*.
- El objetivo es encontrar la tasa de interés que hace que el Valor Presente de los flujos sea igual al precio.
- Vamos a ver los pasos a dar para hacer el cálculo de una forma sistemática y un ejemplo ilustrativo.

# Pasos para calcular la TIR de forma sistemática

**Objetivo:** Encontrar una tasa de interés que haga el PV de los flujos igual al precio de la inversión.

**Paso 1:** Seleccionar una tasa de interés.

**Paso 2:** Calcular el PV de cada flujo con la tasa del Paso 1.

**Paso 3:** Sumar el total de los PV's de cada flujo calculado en el Paso 2.

# Pasos para calcular la TIR de forma sistemática

**Paso 4:** Comparar el PV total calculado en el Paso 3 con el precio de la inversión y:

- Si el total del PV es **igual** al precio, la tasa utilizada es la TIR. Problema resuelto.
- Si el total del PV es **mayor** al precio, la tasa utilizada NO es la TIR. Volver al Paso 1 y usar una tasa más alta.
- Si el total del PV es **menor** al precio, la tasa utilizada NO es la TIR. Volver al Paso 1 y usar una tasa más baja.

# Ejemplo de cálculo sistemático de TIR

- Un instrumento financiero ofrece los siguientes pagos anuales:

<b><u>Años desde hoy</u></b>	<b><u>Pagos anuales prometidos (flujos para el inversor) USD</u></b>
1	2,000
2	2,000
3	2,500
4	4,000

# Ejemplo de cálculo sistemático de TIR

- Supongamos que el precio de este instrumento financiero es de 7,702 USD
- ¿Cuál será la TIR ofrecida por este instrumento?
- Para calcular la TIR debemos probar con diferentes tasas hasta que encontremos aquella que haga el Valor Presente de los flujos igual a 7,702 USD.

# Ejemplo de cálculo sistemático de TIR

$$p = \sum_{t=1}^N \frac{C_t}{(1+y)^t}$$

- Probemos con una tasa anual de interés del 10%. Debemos calcular el PV de cada flujo y sumarlos

<u>Años desde hoy</u>	<u>Flujo</u>	<u>DF al 10%</u>	<u>PV del flujo</u>
1	2,000	0.90909091	1,818
2	2,000	0.82644628	1,653
3	2,500	0.75131480	1,878
4	4,000	0.68301346	2,732
		<b>Total PV:</b>	<b>8,081</b>

# Ejemplo de cálculo sistemático de TIR

- Como el PV calculado usando 10% es mayor que 7,702 USD debemos de usar una tasa más alta.
- Probemos 14%

<u>Años desde hoy</u>	<u>Flujo</u>	<u>DF al 14%</u>	<u>PV del flujo</u>
1	2,000	0.87719298	1,754
2	2,000	0.76946752	1,539
3	2,500	0.67497152	1,687
4	4,000	0.59208027	2,368
		<b>Total PV:</b>	<b>7,349</b>

# Ejemplo de cálculo sistemático de TIR

- Como el PV calculado usando 14% es menor que 7,702 USD debemos de usar una tasa más baja.
- Probemos 12%

<u>Años desde hoy</u>	<u>Flujo</u>	<u>DF al 12%</u>	<u>PV del flujo</u>
1	2,000	0.89285714	1,786
2	2,000	0.79719387	1,594
3	2,500	0.71178025	1,779
4	4,000	0.63551807	2,542
		<b>Total PV:</b>	<b>7,702</b>

# Ejemplo de cálculo sistemático de TIR

- El Valor Presente total de los flujos descontados al 12% es igual al precio del instrumento financiero por lo tanto podemos decir que la TIR es del 12%.

$$7,702 = \frac{2,000}{(1 + 0.12)^1} + \frac{2,000}{(1 + 0.12)^2} + \frac{2,500}{(1 + 0.12)^3} + \frac{4,000}{(1 + 0.12)^4}$$

$$7,702 = p = \dots\dots\dots = \sum_{t=1}^4 \frac{C_t}{(1 + 0.12)^t} = 7,702$$

# Cálculo de la TIR para más de un pago al año

- A pesar de que la formula de la TIR que hemos visto se basa en flujos anuales, puede ser generalizada para cualquier numero de periodos al año.

$C_t$  = Flujo en el periodo t

n = Número de periodos = N x m

N = Número de años

m = Número de periodos por año

# Cálculo de la TIR para más de un pago al año

- De esta forma las fórmulas anteriormente vistas quedan (\*):

$$p = \frac{C_1}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^1} + \frac{C_2}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^2} + \frac{C_3}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^3} + \dots + \frac{C_n}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^n}$$

$$p = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{\left(1 + \frac{y}{m}\right)^t}$$

# Cálculo de la TIR cuando solo hay un flujo

- Hay un acaso especial en el que no es necesario el sistema de prueba y error para calcular la TIR de un instrumento financiero.
- Este caso se da cuando el instrumento financiero solamente tiene un flujo.
- Veámoslo con un ejemplo

# Cálculo de la TIR cuando solo hay un flujo

- Un instrumento financiero que puede ser comprado por 6,805.82 USD promete pagar 10,000 USD dentro de cinco años.
- La TIR será aquella tasa de interés que de 10,000 USD con un capital de 6,805.82 USD durante 5 años.

Lo que buscamos es el valor de la “y” que satisfaga la siguiente relación:

$$10,000 = 6,805.28 (1+y)^5$$

# Cálculo de la TIR cuando solo hay un flujo

$$10,000 = 6,805.28 (1+y)^5$$

Podemos resolver la ecuación dividiendo ambos términos por 6,805.28:

$$10,000 / 6,805.28 = (1+y)^5$$

$$1.46933 = (1+y)^5$$

Tomando la raíz quinta en ambos términos:

$$(1.46933)^{1/5} = (1+y)$$

$$(1.46933)^{0.20} = (1+y)$$

# Cálculo de la TIR cuando solo hay un flujo

$$(1.46933)^{0.20} = (1+y)$$

$$1.0800 = (1+y)$$

Restado 1 de ambos términos:

$$1.0800 - 1 = y$$

$$0.08 = y$$

Consecuentemente podemos decir que la TIR de la inversión es 8%

# Cálculo de la TIR cuando solo hay un flujo

- No es necesario seguir todos los pasos del ejemplo para calcular la TIR cuando solamente hay 1 flujo.

La siguiente formula nos resume todos esos pasos:

$$y = (\text{FV por unidad invertida})^{1/N} - 1$$

donde:

N = Número de años hasta que se recibe el flujo

FV por unidad invertida = Retorno de la Inversión /  
Importe invertido (o precio) = FV/PV

# Rentabilidades anualizadas

- A lo largo de esta exposición hemos anualizado las tasas de interés simplemente multiplicándolas por la frecuencia de pagos al año. Hemos llamado a la tasa resultante tasa de interés anual.
- Por ejemplo si teníamos una tasa semestral para anualizarla simplemente la multiplicábamos por 2.
- De la misma forma si teníamos una tasa anual y la queríamos semestral simplemente dividíamos por 2.
- Esto es matemáticamente **incorrecto**

# Rentabilidades anualizadas

- Efectivamente, el procedimiento que hemos visto para calcular una tasa de interés anual dada una tasa periódica (semanal, mensual, trimestral, semestral...) no es correcta (salvo que lo hubiéramos pactado así).
- Para verlo más claro recurramos a un ejemplo.

# Ejemplo de Rentabilidades anualizadas

- Supongamos que invertimos 100 USD durante 1 año a una tasa del 8% anual.

$$FV = P (1+i)^N$$

$$FV = 100 (1+0.08)^1 = 100 (1.08) = 108$$

Al final del año los intereses serán 8 USD.

# Ejemplo de Rentabilidades anualizadas

- Supongamos ahora los mismos 100 USD invertidos al mismo plazo y tasa, pero con intereses pagaderos semestralmente al 4% (la mitad de la tasa anual).

$$FV = P (1+i/m)^{Nm}$$

$$FV = 100 (1+0.08/2)^2 = 100 (1.04)^2 = 108.16$$

Al final del año los intereses serán 8.16 USD.

# Ejemplo de Rentabilidades anualizadas

- La tasa de interés, rentabilidad o TIR de la inversión de 100 USD será por lo tanto del 8.16% (8.16 USD/100 USD).
- A este 8.16% le llamamos tasa efectiva anual o tasa anual equivalente.

Tasa efectiva anual =  $(1 + \text{tasa periódica})^m - 1$   
donde:  $m$  = Frecuencia de pagos al año

# Ejemplo de Rentabilidades anualizadas

- Si el interés se paga semestralmente la tasa periódica es del 4% y los pagos al año 2 ( $m=2$ )

$$\text{Tasa efectiva anual} = (1 + \text{tasa periódica})^m - 1$$

$$\begin{aligned} \text{Tasa efectiva anual} &= (1 + 0.04)^2 - 1 = 1.0816 - 1 \\ &= 0.0816 = 8.16\% \end{aligned}$$

- Si el interés es pagado trimestralmente, entonces la tasa periódica es 2% ( $8\%/4$ ) y  $m = 4$

$$\begin{aligned} \text{Tasa efectiva anual} &= (1 + 0.02)^4 - 1 = 1.0824 - 1 \\ &= 0.0824 = 8.24\% \end{aligned}$$

# Ejemplo de Rentabilidades anualizadas

- De la misma forma podemos determinar la tasa periódica que se produce por una tasa efectiva anual dada.

Supongamos que queremos saber cual es la tasa trimestral que da una tasa efectiva anual del 12%

$$\text{Tasa periódica} = (1 + \text{Tasa efectiva anual})^{1/m} - 1$$

donde:  $m$  = Frecuencia de pagos al año

$$\text{Tasa periódica} = (1 + 0.12)^{1/4} - 1 = 1.0287 - 1 = 0.0287 = 2.87\%$$

## 4.3. Relación entre el Precio y la TIR de un bono

## 4.3. Relación entre el Precio y la TIR de un bono

Relación entre el Precio y la TIR o rentabilidad de un bono es INVERSA.

- Cuando el precio del bono aumenta su rentabilidad disminuye.
- Cuando el precio del bono disminuye su rentabilidad aumenta.

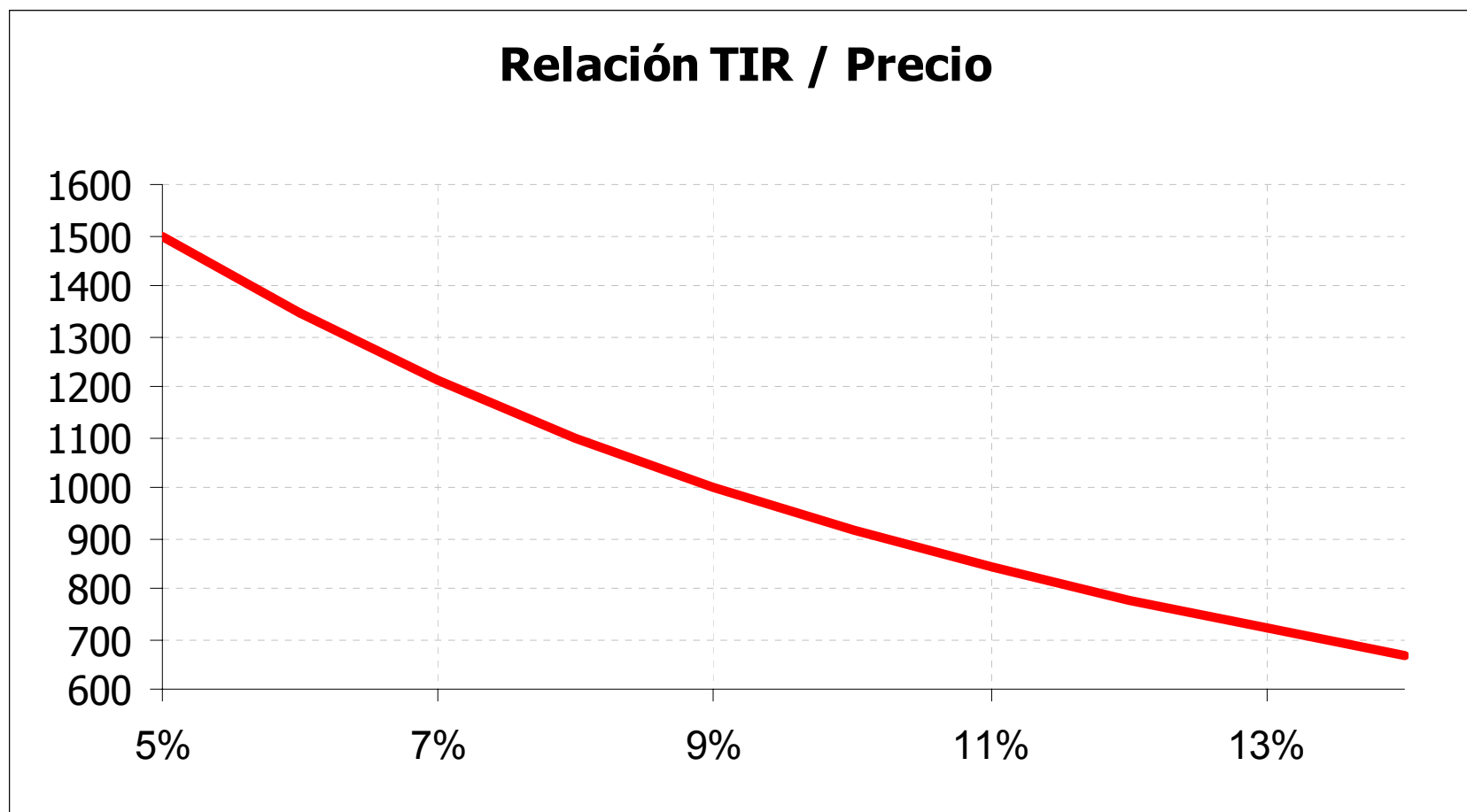
# Relación entre el Precio y la TIR de un bono

- Basándonos en el ejemplo anterior veamos como el precio de un bono (Valor Presente de los cupones y principal a vencimiento) cambia de forma inversa a los cambios de la tasa de descuento (rentabilidad) que usemos para calcular el PV de los flujos.
- Ejemplo de un bono a 20 años con un cupón anual del 9% y nominal 1000

# Ejemplo de relación entre el Precio y la TIR de un bono

<u>TIR o tasa de descuento</u>	<u>PV de los cupones</u>	<u>PV del principal a vencimiento</u>	<u>Precio del bono</u>
<b>5%</b>	1121.60	376.89	<b>1498.49</b>
<b>6%</b>	1032.29	311.80	<b>1344.10</b>
<b>7%</b>	953.46	258.42	<b>1211.88</b>
<b>8%</b>	883.63	214.55	<b>1098.18</b>
<b>9%</b>	821.57	178.43	<b>1000.00</b>
<b>10%</b>	766.22	148.64	<b>914.86</b>
<b>11%</b>	716.70	124.03	<b>840.73</b>
<b>12%</b>	672.25	103.67	<b>775.92</b>
<b>13%</b>	632.23	86.78	<b>719.01</b>
<b>14%</b>	596.08	72.76	<b>668.84</b>

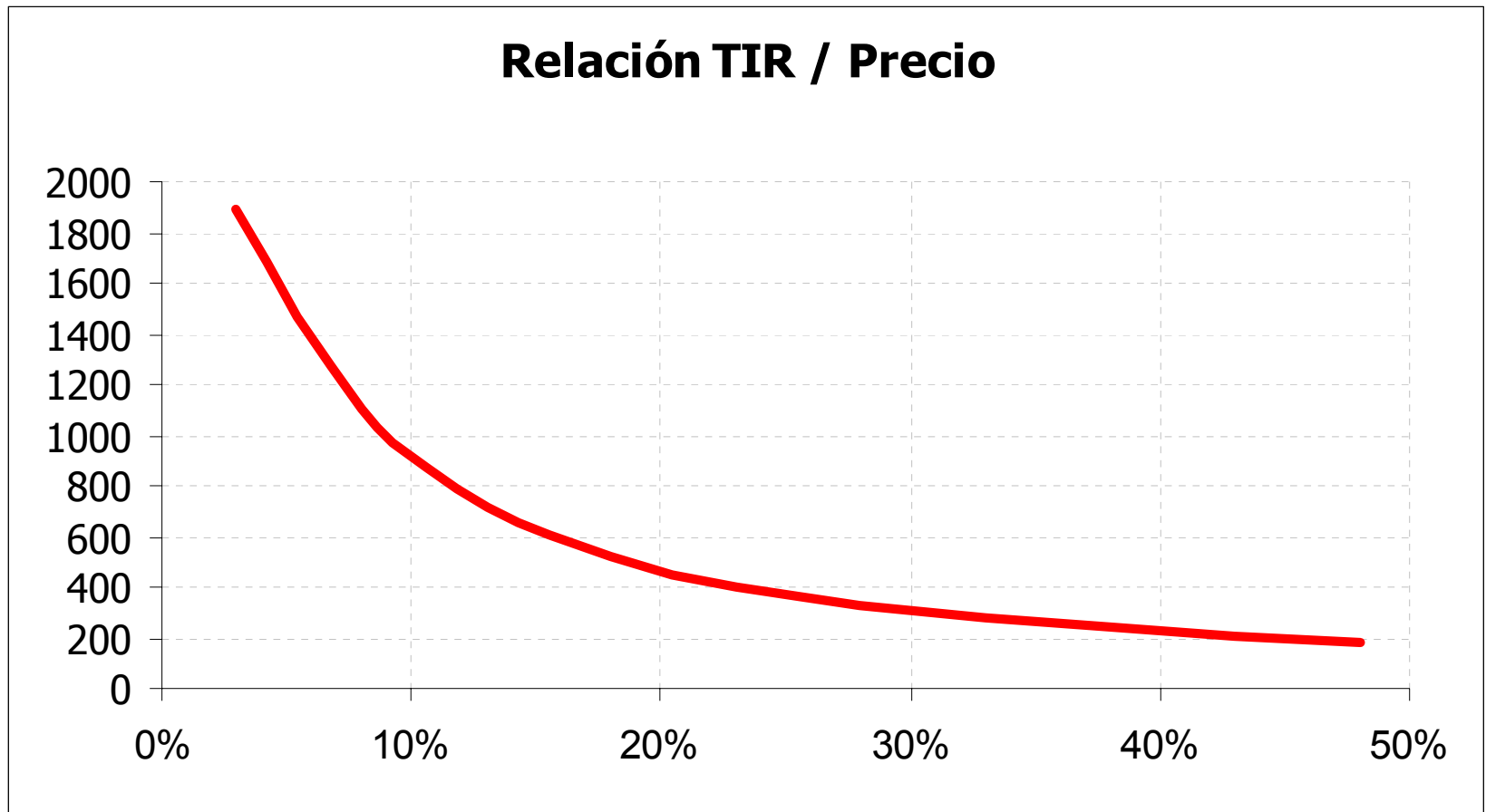
# Ejemplo de relación entre el Precio y la TIR de un bono



# Ejemplo de relación entre el Precio y la TIR de un bono

<u>TIR o tasa de descuento</u>	<u>PV de los cupones</u>	<u>PV del principal a vencimiento</u>	<u>Precio del bono</u>
<b>3%</b>	1338.97	553.68	<b>1892.65</b>
<b>8%</b>	883.63	214.55	<b>1098.18</b>
<b>13%</b>	632.23	86.78	<b>719.01</b>
<b>18%</b>	481.75	36.51	<b>518.25</b>
<b>23%</b>	385.08	15.92	<b>400.99</b>
<b>28%</b>	319.12	7.17	<b>326.30</b>
<b>33%</b>	271.82	3.33	<b>275.15</b>
<b>38%</b>	236.46	1.59	<b>238.06</b>
<b>43%</b>	209.14	0.78	<b>209.92</b>
<b>48%</b>	187.43	0.39	<b>187.82</b>

# Ejemplo de relación entre el Precio y la TIR de un bono



# Relación entre el Precio y la TIR de un bono

- Vemos que la figura tiene una forma arqueada.

**Cóncavo:** *del Latin concavus. Adjetivo.* Dícese de la línea o superficie curvas que, respecto del que las mira, tienen su parte más deprimida en el centro.

**Convexo:** *del Latín convexus. Adjetivo.* Dícese de la línea o superficie curvas que, respecto del que las mira, tienen su parte más prominente en el centro.

# Relación entre el Precio y la TIR de un bono

- La figura será cóncava o convexa dependiendo desde donde la miremos.
- Nosotros vamos a decir que esta figura es **convexa** para que nos recuerde las importantes implicaciones que tiene en la gestión de carteras la relación convexa entre el Precio y la TIR.
- Le llamaremos **CONVEXIDAD**

# Relaciones entre Cupón, TIR y Precio de un bono

- Cuando se emite un bono se fijan el cupón y el vencimiento de ese bono.
- Si las tasas de interés del mercado cambian la única variable que el inversor puede cambiar para compensar la nueva rentabilidad es el precio del bono.

# Relaciones entre Cupón, TIR y Precio de un bono

- Normalmente cuando se emite un nuevo bono el cupón se fija a una tasa muy similar a la del mercado.
- El precio de mercado entonces será muy parecido a la par (100).
- En el ejemplo anterior veíamos que cuando la TIR era igual que el cupón (9%), el precio era la par, en este caso 1000.

# Relaciones entre Cupón, TIR y Precio de un bono

De esta forma podemos decir que:

- Cuando el Cupón sea igual a la TIR, entonces el Precio del bono será igual a la par.
- Cuando el Precio del bono sea igual a la par, la TIR será igual al Cupón.

# Relaciones entre Cupón, TIR y Precio de un bono

- Cuando la rentabilidad del mercado sea superior al cupón, el precio del bono se deberá de ajustar para que el inversor pueda verse compensado.
- Este ajuste se realiza bajando el precio del bono por debajo de la par.
- La diferencia entre la par y el precio es una ganancia de capital que representa una forma de intereses que compensa al inversor de que el cupón sea inferior a las tasas de mercado.
- Esto se llama estar el bono **a descuento**

# Relaciones entre Cupón, TIR y Precio de un bono

De esta forma podemos decir que:

- Cuando el Cupón sea inferior a la TIR, entonces el Precio del bono será menor a la par.
- Cuando el Precio del bono sea inferior a la par, la TIR será mayor que el Cupón.

# Relaciones entre Cupón, TIR y Precio de un bono

- Cuando la rentabilidad del mercado sea inferior al cupón, el precio del bono se deberá de ajustar para que el inversor pueda verse compensado.
- Este ajuste se realiza subiendo el precio del bono por encima de la par.
- La diferencia entre el precio y la par es una pérdida de capital que representa una forma de intereses que compensa al inversor de que el cupón sea superior a las tasas de mercado.
- Esto se llama estar el bono **a premio**

# Relaciones entre Cupón, TIR y Precio de un bono

De esta forma podemos decir que:

- Cuando el Cupón sea mayor que la TIR, entonces el Precio del bono será mayor que la par.
- Cuando el Precio del bono sea mayor que la par, la TIR será menor que el Cupón.

## 4.4. Efecto del tiempo sobre un bono

## 4.4. Efecto del tiempo sobre un bono

Supongamos que las tasas de interés no varían desde que lo compramos hasta su vencimiento. ¿Qué pasará con su precio?

- Si el bono lo compramos a la par (100) su precio permanecerá a la par hasta el vencimiento.
- El precio no permanecerá constante si compramos el bono a premio o a descuento.

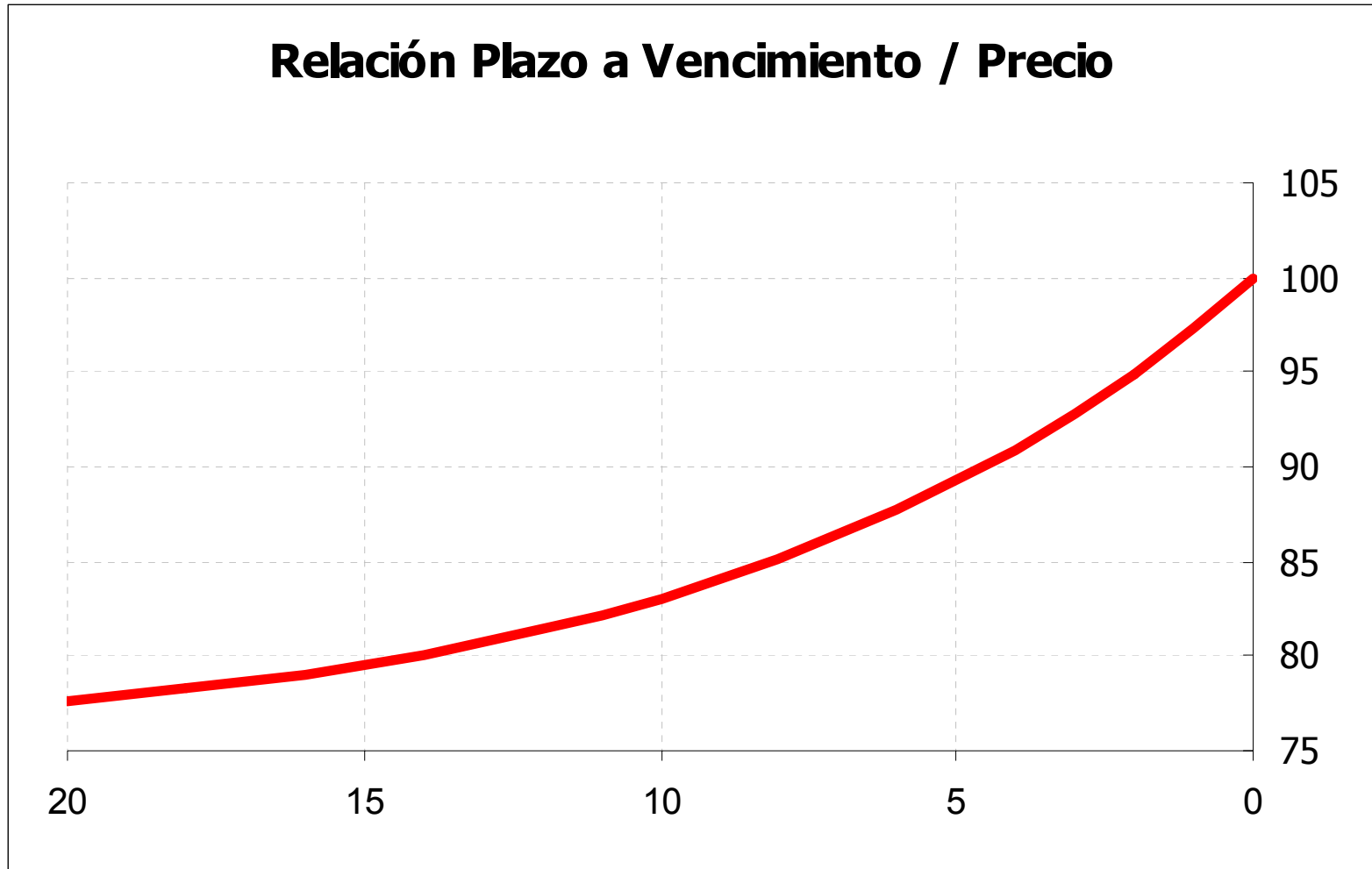
# Efecto del tiempo sobre un bono a la par

<b><u>Años</u></b>	<b><u>PV cupones</u></b>	<b><u>PV principal</u></b>	<b><u>Precio</u></b>
20	82.16	17.84	<b>100.00</b>
18	78.80	21.20	<b>100.00</b>
16	74.81	25.19	<b>100.00</b>
14	70.08	29.92	<b>100.00</b>
12	64.45	35.55	<b>100.00</b>
10	57.76	42.24	<b>100.00</b>
8	49.81	50.19	<b>100.00</b>
6	40.37	59.63	<b>100.00</b>
4	29.16	70.84	<b>100.00</b>
2	15.83	84.17	<b>100.00</b>
0	0.00	100.00	<b>100.00</b>

# Efecto del tiempo sobre un bono a descuento

<u>Años</u>	<u>PV cupones</u>	<u>PV principal</u>	<u>Precio</u>
20	67.22	10.37	<b>77.59</b>
18	65.25	13.00	<b>78.25</b>
16	62.77	16.31	<b>79.08</b>
14	59.65	20.46	<b>80.12</b>
12	55.75	25.67	<b>81.42</b>
10	50.85	32.20	<b>83.05</b>
8	44.71	40.39	<b>85.10</b>
6	37.00	50.66	<b>87.67</b>
4	27.34	63.55	<b>90.89</b>
2	15.21	79.72	<b>94.93</b>
0	0.00	100.00	<b>100.00</b>

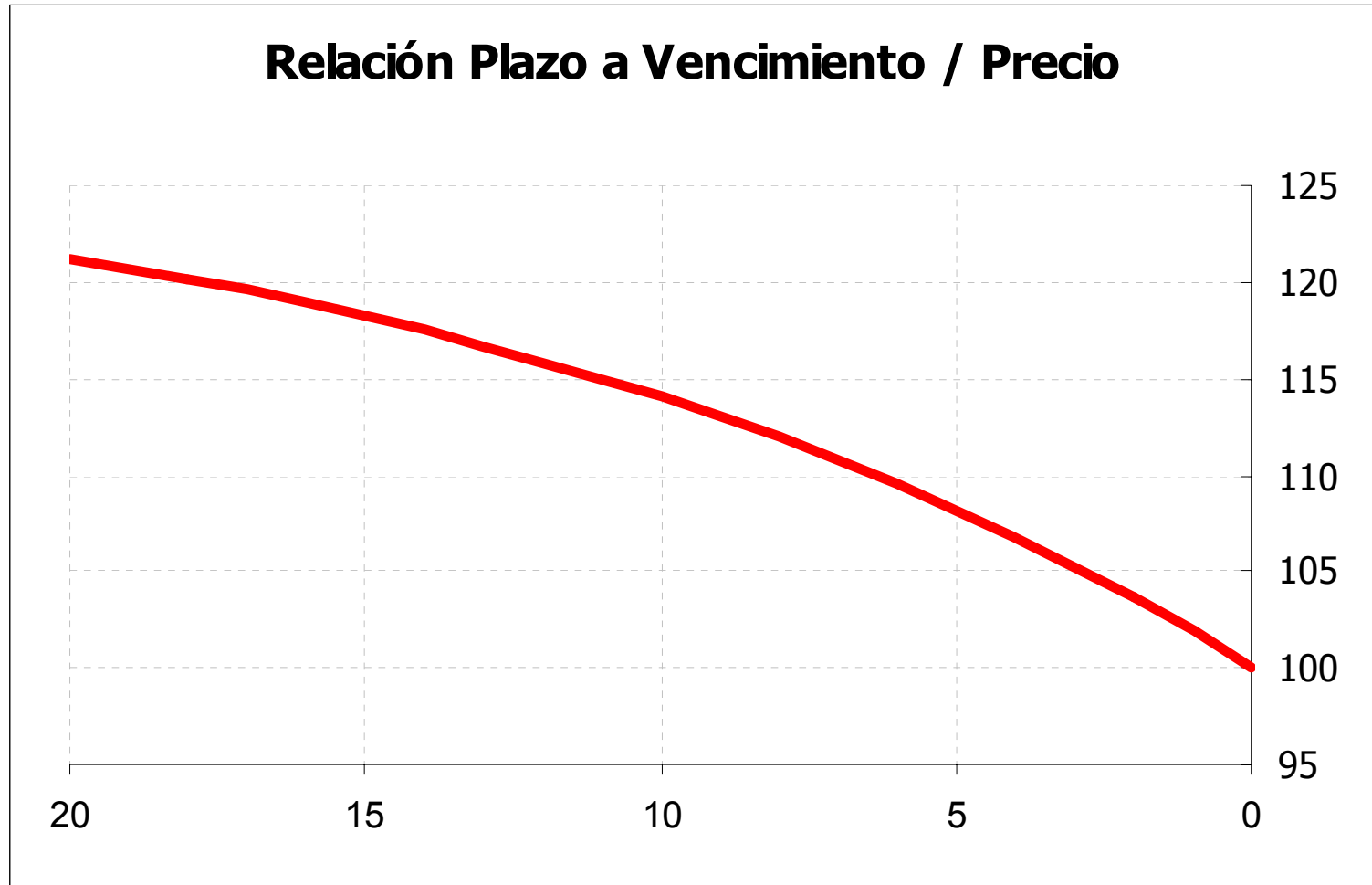
# Efecto del tiempo sobre un bono a descuento



# Efecto del tiempo sobre un bono a premio

<u>Años</u>	<u>PV cupones</u>	<u>PV principal</u>	<u>Precio</u>
20	95.35	25.84	<b>121.19</b>
18	90.53	29.59	<b>120.12</b>
16	85.02	33.87	<b>118.89</b>
14	78.71	38.78	<b>117.49</b>
12	71.48	44.40	<b>115.89</b>
10	63.21	50.83	<b>114.05</b>
8	53.74	58.20	<b>111.94</b>
6	42.90	66.63	<b>109.53</b>
4	30.48	76.29	<b>106.77</b>
2	16.27	87.34	<b>103.62</b>
0	0.00	100.00	<b>100.00</b>

# Efecto del tiempo sobre un bono a premio



## 4.5. Bonos cupón cero

## 4.5. Bonos cupón cero

- Hay bonos que no tienen cupones intermedios, en inglés “zero coupon” o ZC.
- El inversor consigue la rentabilidad buscada por la diferencia entre el valor a vencimiento y el precio de compra.
- Calcular el precio de un bono cupón cero no difiere del de un bono normal, el precio es el valor presente de los flujos esperados

# Cálculo del precio de un bono cupón cero

- En este caso solamente tenemos un flujo al vencimiento.

$$p = \text{Nom} \left[ \frac{1}{(1+i)^N} \right]$$

Donde:

$p$  = precio del bono cupón cero

$i$  = tasa de interés anual (en decimal)

$N$  = Número de años

$\text{Nom}$  = Nominal o valor del bono a vencimiento

# Ejemplo del cálculo del precio de un bono cupón cero

- Supongamos un bono cupón cero a 5 años que al vencimiento nos dará 100. ¿Cual será su precio si la TIR es del 7.25%?

$$p = \text{Nom} \left[ \frac{1}{(1 + i)^N} \right] = 100 \left[ \frac{1}{(1 + 0.0725)^5} \right] = 100 \left[ \frac{1}{1.4190} \right]$$
$$= 100 \times 0.7047 = 70.47$$

## 4.6. Variaciones en los precios de un bono

## 4.6. Variaciones en los precios de un bono

- Construimos una tabla con 12 bonos teóricos.
- Hay 3 bonos con el mismo cupón pero distintos vencimientos (5, 15 y 30 años)
- Hay 4 bonos con el mismo vencimiento y distintos cupones (0%, 8%, 10% y 14%)
- Para cada bono calculamos su precio para distintas TIR entre 7% y 13%

# Tabla de TIR, Cupón y Vencimiento

Cambio en pb		-300	-200	-100	-50	-10	-1	0	1	10	50	100	200	300
	<u>TIR</u>	7.00%	8.00%	9.00%	9.50%	9.90%	9.99%	10.00%	10.01%	10.10%	10.50%	11.00%	12.00%	13.00%
Cupón	Años													
<b>0</b>	<b>5</b>	71.30	68.06	64.99	63.52	62.38	62.12	62.09	62.06	61.81	60.70	59.35	56.74	54.28
<b>0</b>	<b>15</b>	36.24	31.52	27.45	25.63	24.27	23.97	23.94	23.91	23.62	22.36	20.90	18.27	15.99
<b>0</b>	<b>30</b>	13.14	9.94	7.54	6.57	5.89	5.75	5.73	5.72	5.58	5.00	4.37	3.34	2.56
<b>8</b>	<b>5</b>	104.10	100.00	96.11	94.24	92.78	92.45	92.42	92.38	92.06	90.64	88.91	85.58	82.41
<b>8</b>	<b>15</b>	109.11	100.00	91.94	88.26	85.47	84.86	84.79	84.72	84.12	81.52	78.43	72.76	67.69
<b>8</b>	<b>30</b>	112.41	100.00	89.73	85.25	81.94	81.22	81.15	81.07	80.37	77.38	73.92	67.78	62.52
<b>10</b>	<b>5</b>	112.30	107.99	103.89	101.92	100.38	100.04	100.00	99.96	99.62	98.13	96.30	92.79	89.45
<b>10</b>	<b>15</b>	127.32	117.12	108.06	103.91	100.76	100.08	100.00	99.92	99.24	96.30	92.81	86.38	80.61
<b>10</b>	<b>30</b>	137.23	122.52	110.27	104.92	100.95	100.09	100.00	99.91	99.07	95.48	91.31	83.89	77.51
<b>14</b>	<b>5</b>	128.70	123.96	119.45	117.28	115.58	115.20	115.16	115.12	114.75	113.10	111.09	107.21	103.52
<b>14</b>	<b>15</b>	163.76	151.36	140.30	135.23	131.36	130.52	130.42	130.33	129.50	125.88	121.57	113.62	106.46
<b>14</b>	<b>30</b>	186.86	167.55	151.37	144.26	138.98	137.83	137.71	137.58	136.46	131.67	126.08	116.11	107.50

# Diferencia de precios

Cambio en pb		-300	-200	-100	-50	-10	-1	0	1	10	50	100	200	300
	TIR	7.00%	8.00%	9.00%	9.50%	9.90%	9.99%	10.00%	10.01%	10.10%	10.50%	11.00%	12.00%	13.00%
Cupón	Años													
0	5	9.21	5.97	2.90	1.43	0.28	0.03	0.00	-0.03	-0.28	-1.39	-2.75	-5.35	-7.82
0	15	12.31	7.58	3.51	1.69	0.33	0.03	0.00	-0.03	-0.32	-1.57	-3.04	-5.67	-7.95
0	30	7.41	4.21	1.81	0.84	0.16	0.02	0.00	-0.02	-0.15	-0.73	-1.36	-2.39	-3.17
8	5	11.68	7.58	3.69	1.82	0.36	0.04	0.00	-0.04	-0.36	-1.78	-3.51	-6.84	-10.00
8	15	24.32	15.21	7.15	3.47	0.68	0.07	0.00	-0.07	-0.67	-3.27	-6.36	-12.03	-17.10
8	30	31.26	18.85	8.58	4.10	0.79	0.08	0.00	-0.08	-0.78	-3.76	-7.23	-13.37	-18.62
10	5	12.30	7.99	3.89	1.92	0.38	0.04	0.00	-0.04	-0.38	-1.87	-3.70	-7.21	-10.55
10	15	27.32	17.12	8.06	3.91	0.76	0.08	0.00	-0.08	-0.76	-3.70	-7.19	-13.62	-19.39
10	30	37.23	22.52	10.27	4.92	0.95	0.09	0.00	-0.09	-0.93	-4.52	-8.69	-16.11	-22.49
14	5	13.54	8.79	4.29	2.12	0.42	0.04	0.00	-0.04	-0.42	-2.06	-4.08	-7.95	-11.65
14	15	33.33	20.93	9.88	4.80	0.94	0.09	0.00	-0.09	-0.93	-4.55	-8.85	-16.80	-23.96
14	30	49.16	29.84	13.66	6.55	1.27	0.13	0.00	-0.13	-1.25	-6.04	-11.63	-21.60	-30.21

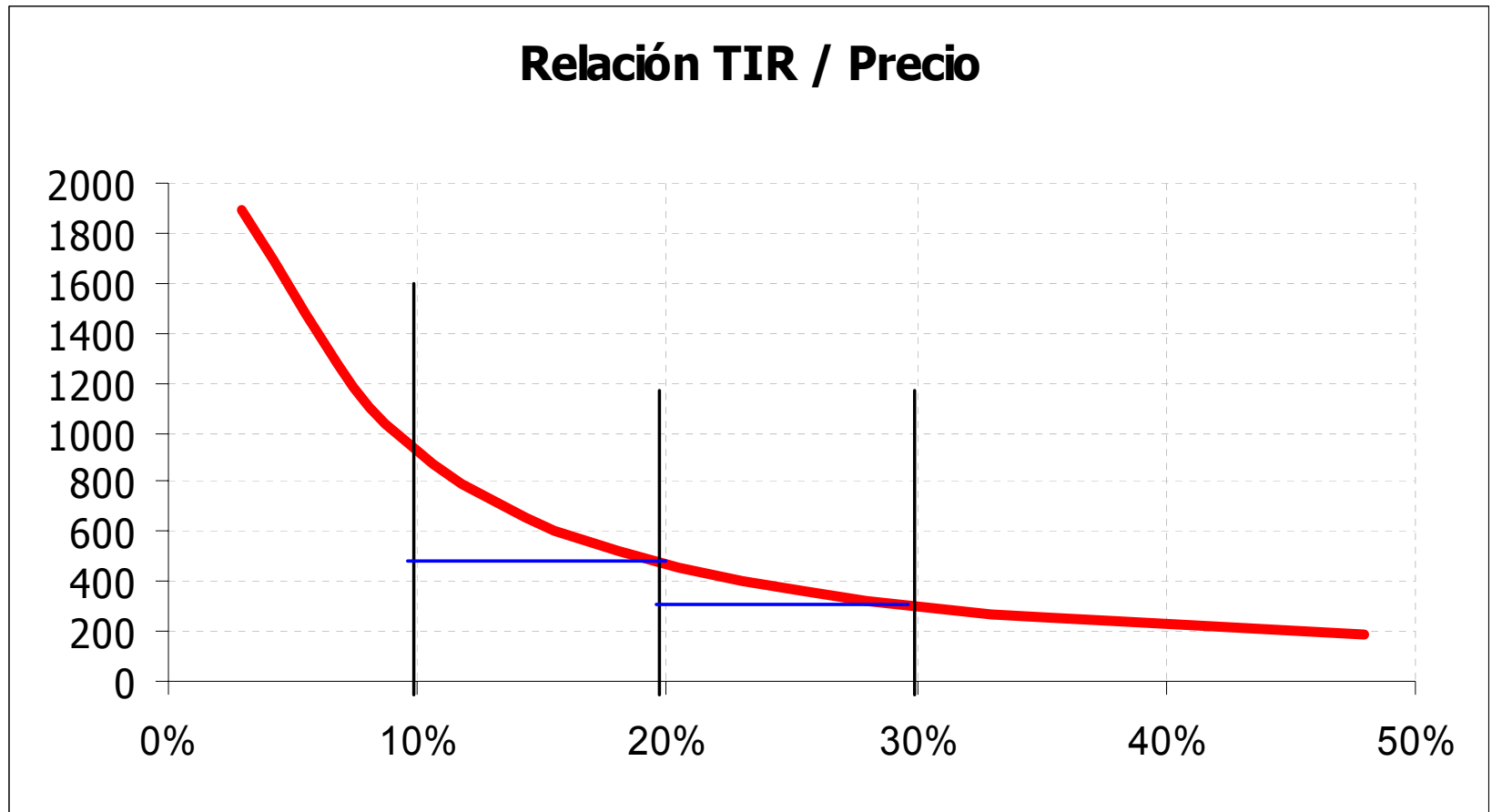
# Diferencia porcentual de precios

Cambio en pb		-300	-200	-100	-50	-10	-1	0	1	10	50	100	200	300
	TIR	7.00%	8.00%	9.00%	9.50%	9.90%	9.99%	10.00%	10.01%	10.10%	10.50%	11.00%	12.00%	13.00%
Cupón	Años													
0	5	14.83	9.61	4.67	2.30	0.46	0.05	0.00	-0.05	-0.45	-2.24	-4.42	-8.62	-12.59
0	15	51.40	31.68	14.68	7.07	1.37	0.14	0.00	-0.14	-1.35	-6.58	-12.69	-23.68	-33.21
0	30	129.23	73.41	31.52	14.65	2.77	0.27	0.00	-0.27	-2.69	-12.72	-23.78	-41.76	-55.39
8	5	12.64	8.20	3.99	1.97	0.39	0.04	0.00	-0.04	-0.39	-1.92	-3.79	-7.40	-10.83
8	15	28.68	17.94	8.43	4.09	0.80	0.08	0.00	-0.08	-0.79	-3.86	-7.50	-14.19	-20.17
8	30	38.53	23.23	10.57	5.05	0.98	0.10	0.00	-0.10	-0.96	-4.64	-8.91	-16.47	-22.95
10	5	12.30	7.99	3.89	1.92	0.38	0.04	0.00	-0.04	-0.38	-1.87	-3.70	-7.21	-10.55
10	15	27.32	17.12	8.06	3.91	0.76	0.08	0.00	-0.08	-0.76	-3.70	-7.19	-13.62	-19.39
10	30	37.23	22.52	10.27	4.92	0.95	0.09	0.00	-0.09	-0.93	-4.52	-8.69	-16.11	-22.49
14	5	11.76	7.64	3.72	1.84	0.36	0.04	0.00	-0.04	-0.36	-1.79	-3.54	-6.91	-10.11
14	15	25.56	16.05	7.57	3.68	0.72	0.07	0.00	-0.07	-0.71	-3.49	-6.79	-12.88	-18.37
14	30	35.70	21.67	9.92	4.76	0.92	0.09	0.00	-0.09	-0.91	-4.39	-8.44	-15.68	-21.94

# Propiedades de las variaciones en los precios de un bono

1. La variación en el precio no es igual para todos los bonos.
2. Para pequeños cambios en la TIR los cambios en precio serán aproximadamente simétricos.
3. Para grandes cambios en la TIR los cambios en precio no serán simétricos.
4. Los aumentos de precio son mayores que las disminuciones.

# Ejemplo de relación entre el Precio y la TIR de un bono



# Características de un bono que afectan a las variaciones en precios

Decíamos en las propiedades:

1. La variación en el precio no es igual para todos los bonos.
- A menor cupón mayores variaciones en precios.
  - A mayor vencimiento mayores variaciones en precios.

# 5. Medidas de sensibilidad de los bonos

# 5. Medidas de sensibilidad de los bonos

1. Valor de un Punto Básico (BPV)
2. Duración
3. Duración Modificada
4. Risk
5. Convexidad

# 5.1. Valor de un Punto Básico (BPV)

# 5.1. Valor de un Punto Básico (BPV)

- Basis Point Value (BPV). Es el cambio en el precio de un bono si la TIR cambia un Punto Básico.
  - Se suele expresar en valor absoluto puesto que todo el mundo sabe que cuando la TIR sube el precio baja y viceversa.
  - Ya vimos en la propiedad 2 de las variaciones en los precios de un bono que para pequeños cambios en la TIR los cambios en precio serán aproximadamente simétricos.

# Valor de un Punto Básico (BPV)

- Como vemos en la tabla si aumentamos o disminuimos la TIR un punto básico tendremos aproximadamente la misma variación en precio.

# Tabla de BPV

	TIR		<u>9.99%</u>	<u>10.00%</u>	<u>10.01%</u>	
<u>Cupón</u>	<u>Años</u>	<u>BPV abs</u>				<u>BPV abs</u>
<b>0</b>	<b>5</b>	0.0282	62.1204	62.0921	62.0639	0.0282
<b>0</b>	<b>15</b>	0.0327	23.9719	23.9392	23.9066	0.0326
<b>0</b>	<b>30</b>	0.0157	5.7465	5.7309	5.7152	0.0156
<b>8</b>	<b>5</b>	0.0360	92.4544	92.4184	92.3825	0.0360
<b>8</b>	<b>15</b>	0.0674	84.8553	84.7878	84.7205	0.0673
<b>8</b>	<b>30</b>	0.0786	81.2248	81.1462	81.0677	0.0785
<b>10</b>	<b>5</b>	0.0379	100.0379	100.0000	99.9621	0.0379
<b>10</b>	<b>15</b>	0.0761	100.0761	100.0000	99.9240	0.0760
<b>10</b>	<b>30</b>	0.0943	100.0943	100.0000	99.9058	0.0942
<b>14</b>	<b>5</b>	0.0418	115.2049	115.1631	115.1214	0.0418
<b>14</b>	<b>15</b>	0.0935	130.5178	130.4243	130.3309	0.0934
<b>14</b>	<b>30</b>	0.1258	137.8335	137.7077	137.5820	0.1256

# Valor de más de un Punto Básico

- El principio de cálculo es el mismo que para un punto básico; calculamos la diferencia entre el precio inicial (el correspondiente a una TIR del 10%) y el precio obtenido con una nueva TIR modificada en “x” puntos básicos.

# Tabla de Valor de más de un PB

Cupón: 10		Vencimiento (años): 15		
<u>TIR</u>	<u>Cambio x pb</u>	<u>Precio a 10%</u>	<u>Precio a 10% + x</u>	<u>V x PB abs</u>
<b>10.00%</b>	<b>0</b>	100.0000	100.0000	0.0000
<b>10.01%</b>	<b>1</b>	100.0000	99.9240	0.0760
<b>10.10%</b>	<b>10</b>	100.0000	99.2437	0.7563
<b>10.50%</b>	<b>50</b>	100.0000	96.3031	3.6969
<b>11.00%</b>	<b>100</b>	100.0000	92.8091	7.1909
<u>TIR</u>	<u>Cambio x pb</u>	<u>Precio a 10%</u>	<u>Precio a 10% - x</u>	<u>V x PB abs</u>
<b>10.00%</b>	<b>0</b>	100.0000	100.0000	0.0000
<b>9.99%</b>	<b>-1</b>	100.0000	100.0761	0.0761
<b>9.90%</b>	<b>-10</b>	100.0000	100.7650	0.7650
<b>9.50%</b>	<b>-50</b>	100.0000	103.9141	3.9141
<b>9.00%</b>	<b>-100</b>	100.0000	108.0607	8.0607

# Valor de más de un Punto Básico

- Para pequeños cambios en TIR (por ejemplo 10 pb) el  $V_{xPB}$  es básicamente el BPV multiplicado por  $x$  (en este caso 10).
- Para cambios mayores en TIR las diferencias se van ampliando hasta ser inaceptables.

# Uso del BPV para gestionar carteras

- Una de las aplicaciones más inmediatas del BPV es saber cual va a ser la repercusión de movimientos paralelos de la curva de tasas (cambio de TIR) en nuestra cartera de bonos.
- Normalmente se expresa como el resultado en dólares ante una subida de un punto básico de la TIR.

# Ejemplo del uso del BPV para gestionar carteras

- Supongamos que tenemos una cartera con 3 bonos valorados al 10% de TIR:

Cupón %	Vencimiento en años	Monto en USD	Precio	Precio en USD
10	5	4,000,000	100.00	4,000,000
8	15	5,000,000	84.79	4,239,392
14	30	1,000,000	137.71	1,377,077

# Ejemplo del uso del BPV para gestionar carteras

- Calculamos cual es el Valor de un Punto Básico (BPV):

Cupón %	Vencimiento en años	Precio al 10.00%	Precio al 10.01%	BPV
10	5	100.0000	99.9621	- 0.0379
8	15	84.7878	84.7205	- 0.0673
14	30	137.7077	137.5820	- 0.1256

# Ejemplo del uso del BPV para gestionar carteras

- Supongamos que tenemos una cartera con 3 bonos valorados al 10% de TIR:

Cupón %	Vencimiento en años	Monto en USD	BPV	BPV en USD
10	5	4,000,000	- 0.0379	- 1,515.93
8	15	5,000,000	- 0.0673	- 3,366.90
14	30	1,000,000	- 0.1256	- 1,256.24
Efecto en la cartera de la subida de 1 PB de TIR, en USD:				<b>- 6,139.07</b>

## 5.2. Duración

## 5.2. Duración

- Es la media ponderada de los distintos periodos en que un título genera flujos de caja a lo largo de su vida.
- Este concepto lo desarrolló Frederick Macaulay en 1938 como medida del riesgo de tipo de interés sobre los activos de renta fija.
  - “Some theoretical problems suggested by the movements of interest rates, bond yields and stock prices in the United States since 1865” (National Bureau of Economic Research, 1938)

# Duración

- La duración de Macaulay se definió originalmente como una medida de tiempo, esto es, el vencimiento ponderado de los flujos de caja.
- La duración de un bono cupón cero es la fecha de vencimiento final.
- Para los demás bonos, la duración es menor al vencimiento final.

# Ponderación

- La ponderación es el valor actual de cada uno de los correspondientes flujos.
- Recordemos que una media ponderada no es más que:

$$\bar{X} = \sum_i x_i \omega_i$$

– donde  $x_i$  es la variable y  $w_i$  el factor de ponderación

# Duración

- En el caso de la Duración, la variable es el plazo de pago de cada uno de los flujos (en años) y la ponderación vendría dada por el valor presente de cada flujo, es decir:

$$\omega_i = \frac{F_i}{(1 + y)^{N_i}}$$

donde:  $y = \text{TIR}$

$F_i = \text{valor de cada flujo (cupones y amortización)}$

$N_i = \text{años hasta cada pago del flujo } F$

# Duración

$$\omega_i = \frac{F_i}{(1 + y)^{N_i}}$$

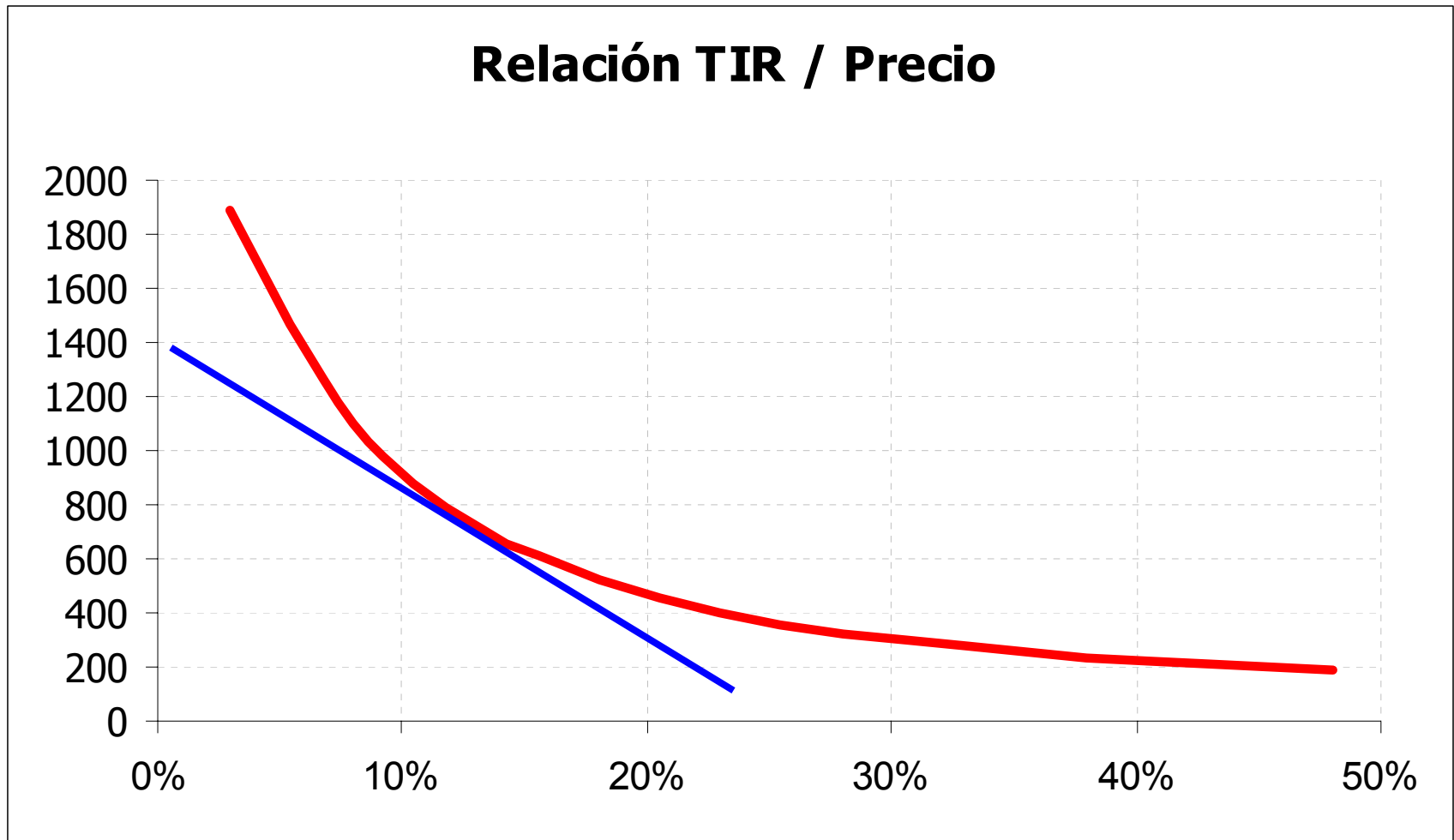
- De la expresión anterior deducimos inmediatamente que estos **coeficientes de ponderación** serán tanto mayores cuanto:
  - Mayores sean los flujos
  - Menores los niveles de TIR
  - Menores los periodos de materialización de cada pago de los flujos de caja.

# Duración

- Matemáticamente la Duración (que se mide en años) se define como la primera derivada de la función negativa y convexa del Precio de un bono respecto de su TIR.
- O también la tangente a la curva convexa que relaciona las variaciones de Precio con las variaciones de TIR en un bono.

$$D = -\frac{dP}{dy} \frac{1+y}{P} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n \frac{F_i N_i}{(1+y)^{N_i}}$$

# Duración: tangente a la curva convexa

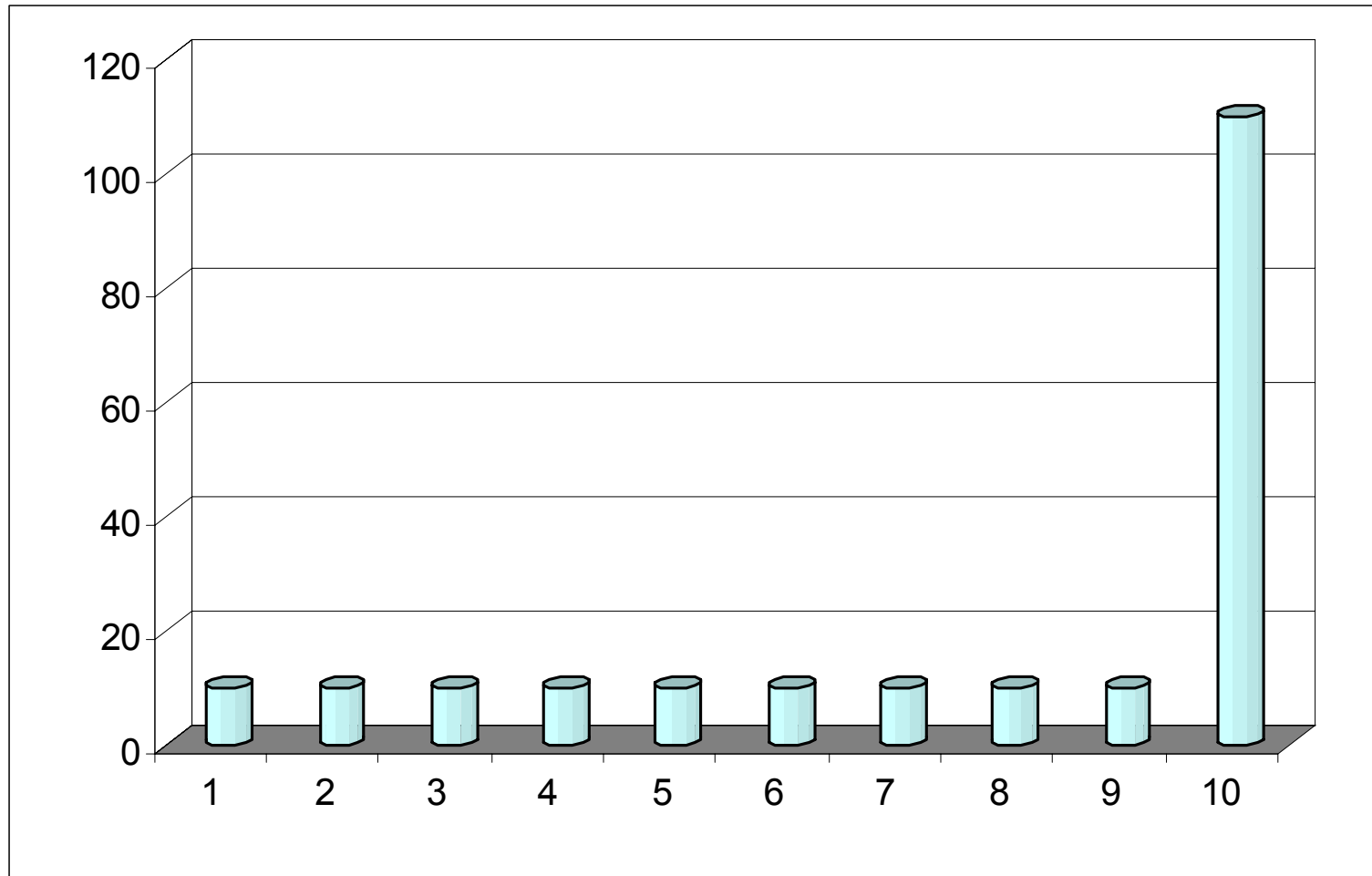


# Duración

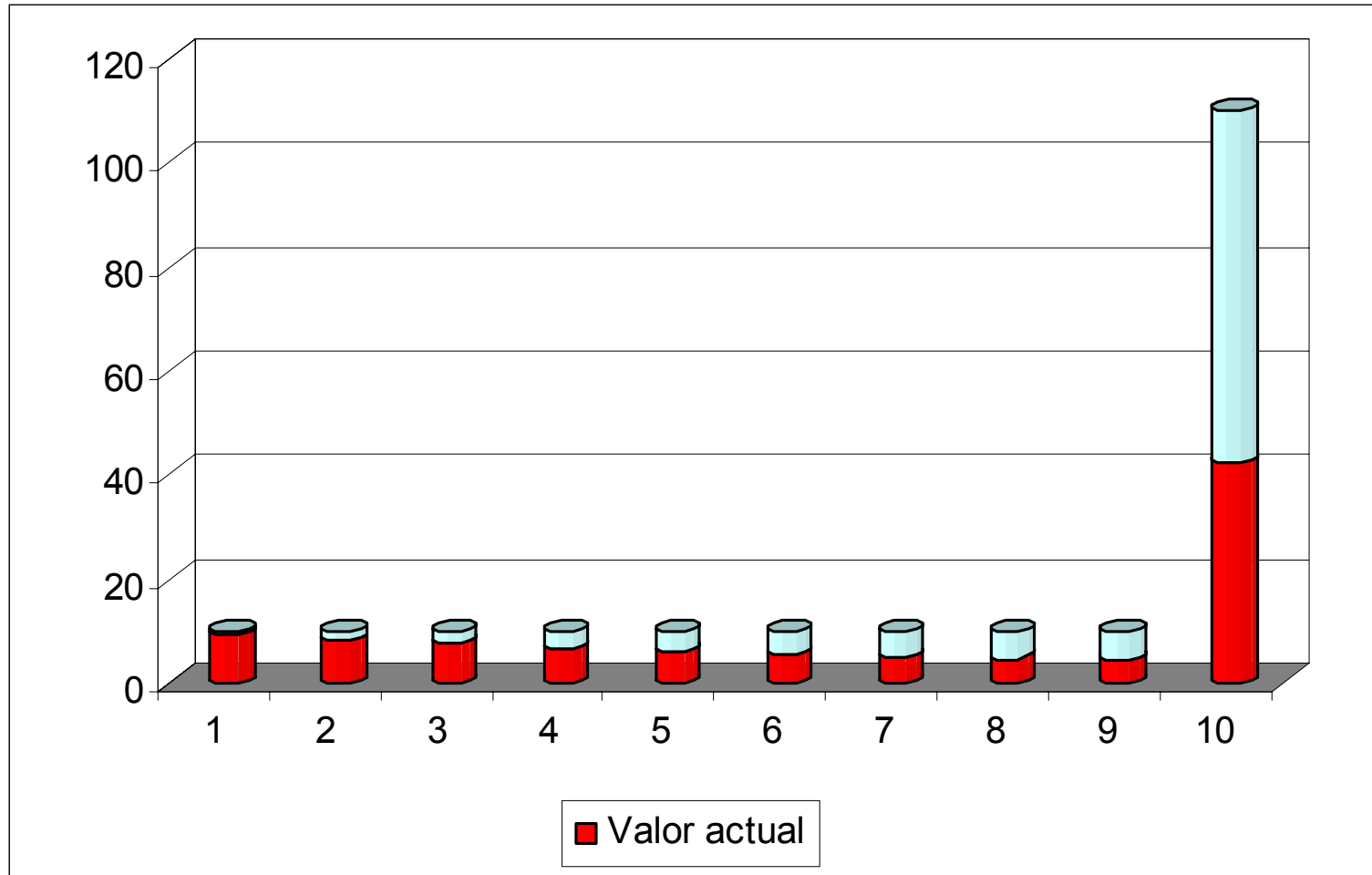
- La Duración es también una medida de elasticidad del bono respecto a su TIR.
- Transforma variaciones relativas del factor  $(1+y)$  en variaciones relativas del Precio.

$$\frac{P_1 - P_0}{P_0} = -D \frac{y_1 - y_0}{1 + y_0}$$

# Duración



# Duración

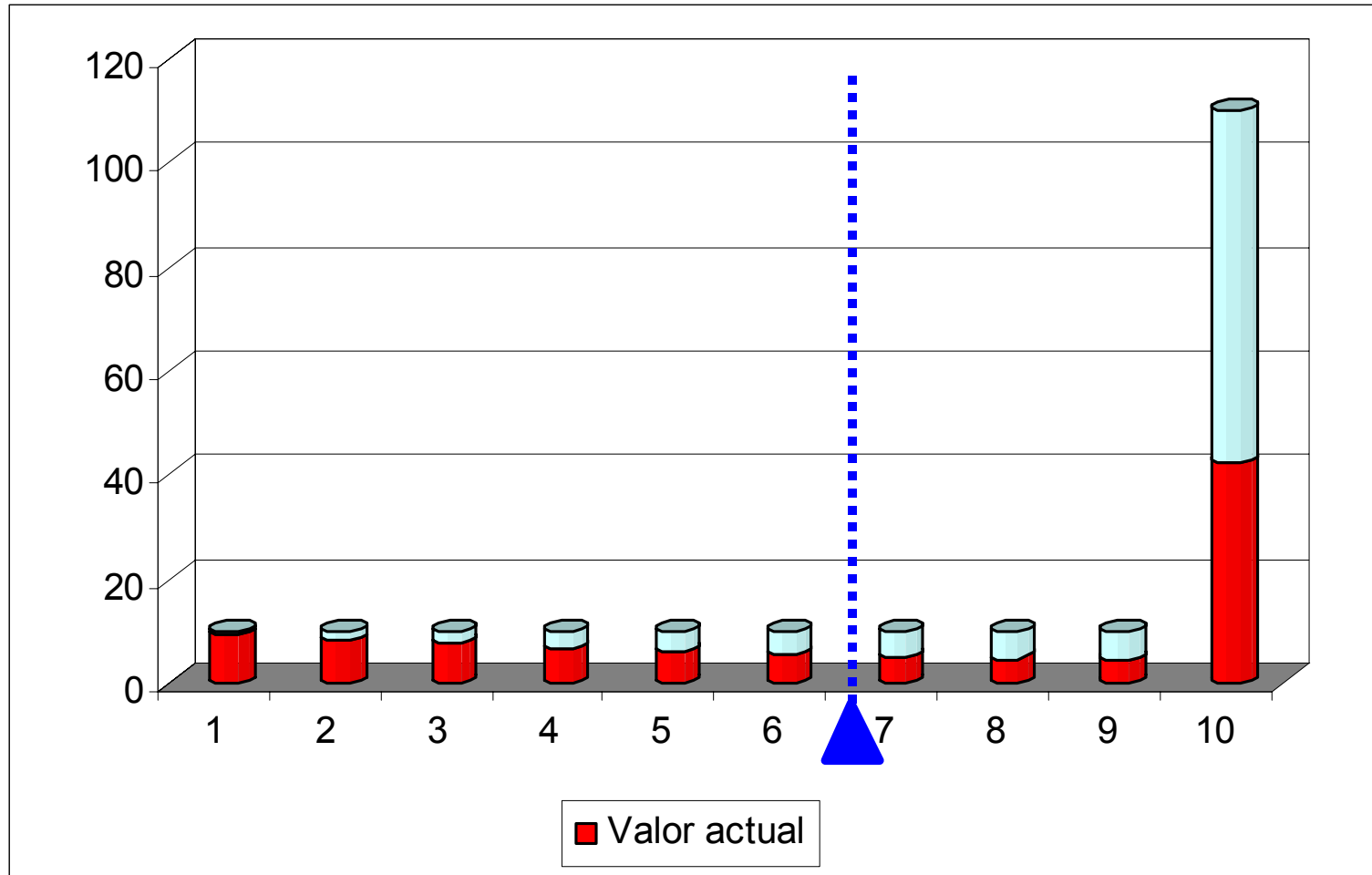


# Duración

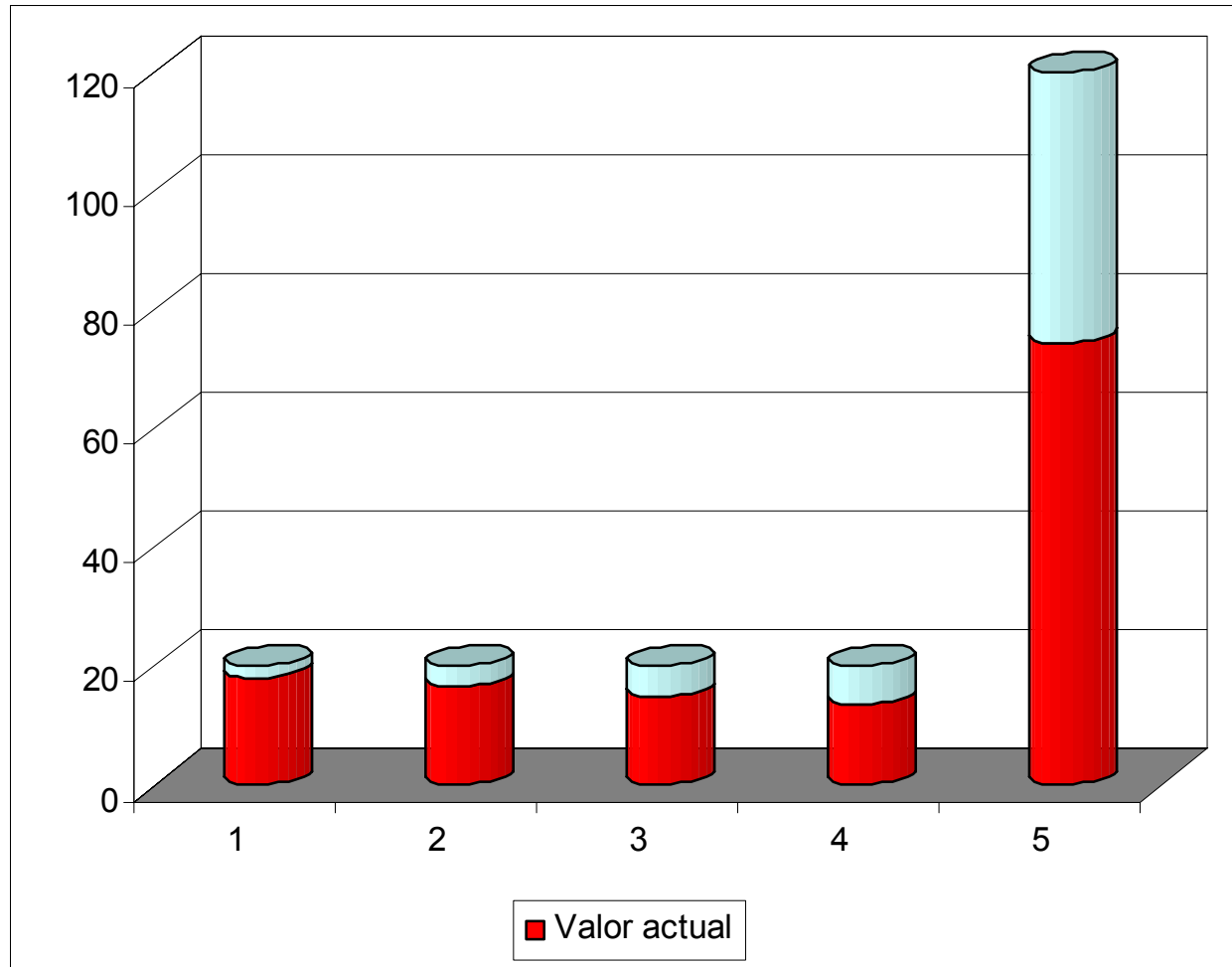
$$D = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n \frac{F_i N_i}{(1+y)^{N_i}}$$

Tasa de descuento: 10%			
<u>Años</u>	<u>Valor actual</u>	<u>Flujo</u>	<u>Duración</u>
1	9.09	10	9.09
2	8.26	10	16.52
3	7.51	10	22.53
4	6.83	10	27.32
5	6.20	10	31.04
6	5.64	10	33.86
7	5.13	10	35.92
8	4.66	10	37.32
9	4.24	10	38.16
10	42.40	110	424.09
<b>Precio con cc:</b>	<b>100.00</b>		<b>675.90</b>
		<b>Duración:</b>	<b>6.75</b>

# Duración



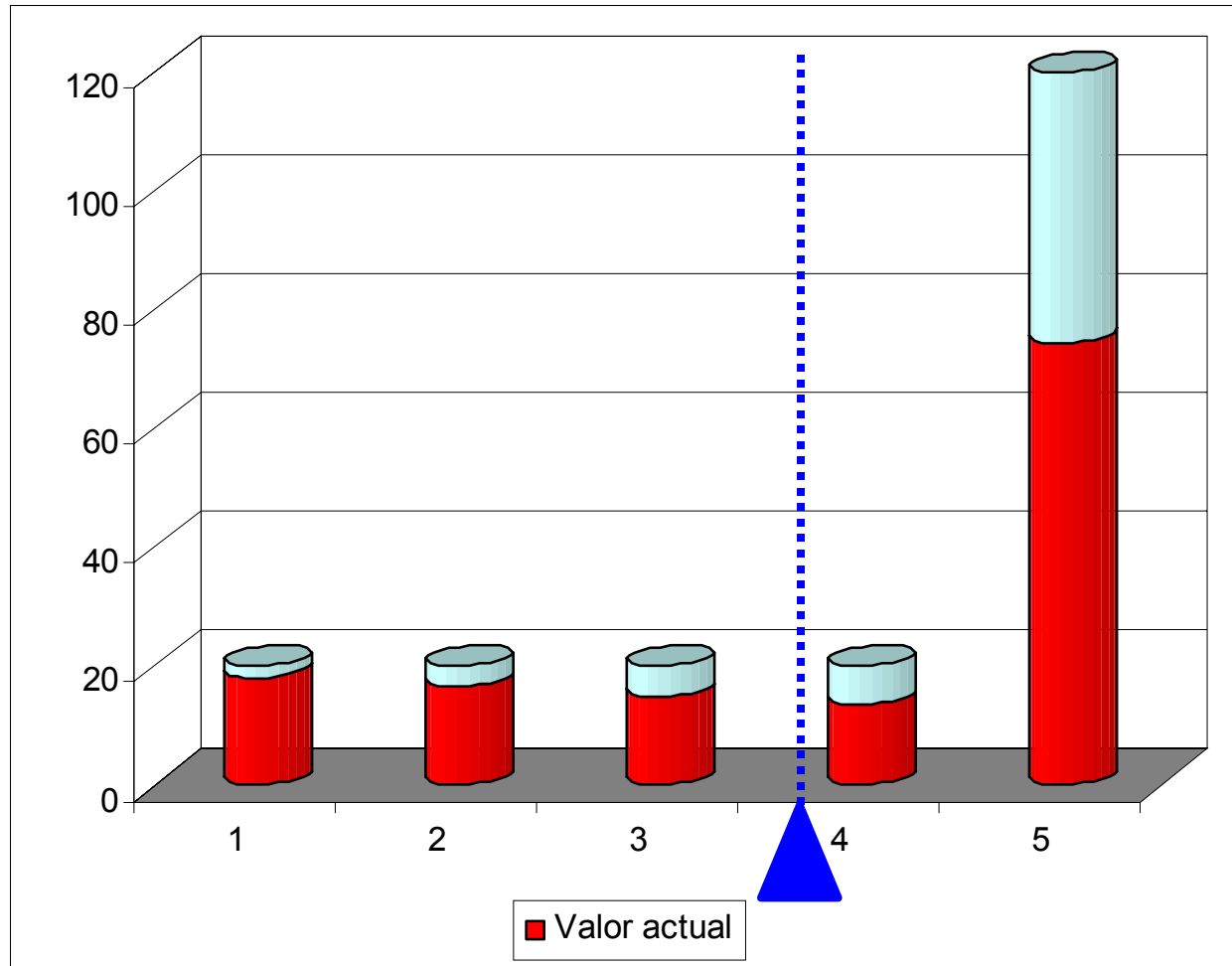
# Duración



# Duración

Tasa de descuento: 10%			
<u>Años</u>	<u>Valor actual</u>	<u>Flujo</u>	<u>Duración</u>
1	18.18	20	18.18
2	16.52	20	33.05
3	15.02	20	45.07
4	13.66	20	54.64
5	74.51	120	372.55
<b>Precio con cc:</b>	<b>137.91</b>		<b>523.51</b>
		<b>Duración:</b>	<b>3.79</b>

# Duración



# Duración

Fecha ini periodo	Fecha fin periodo	días	años	Periodo	Flujo	DF al 6%	PV	Duración
14/05/02	07/02/03	269	0.73699	0.73699	3.684931507	0.957965622	3.5300	2.60158943
07/02/03	07/02/04	365	1.00000	1.73699	5	0.903741153	4.5187	7.84893001
07/02/04	07/02/05	366	1.00000	2.73699	5	0.85258599	4.2629	11.66758092
07/02/05	07/02/06	365	1.00000	3.73699	5	0.804326409	4.0216	15.02878385
07/02/06	07/02/07	365	1.00000	4.73699	5	0.758798499	3.7940	17.97209047
07/02/07	07/02/08	365	1.00000	5.73699	5	0.71584764	3.5792	20.53404053
07/02/08	07/02/09	366	1.00000	6.73699	5	0.675327962	3.3766	22.74837616
07/02/09	07/02/10	365	1.00000	7.73699	105	0.637101851	66.8957	517.5710711
						<b>Precio cc</b>	93.9789	615.9725
Flujos descontados al 6%						<b>cc</b>	1.3151	
						<b>P ex cc</b>	92.6638	
							<b>Duración</b>	6.55437185

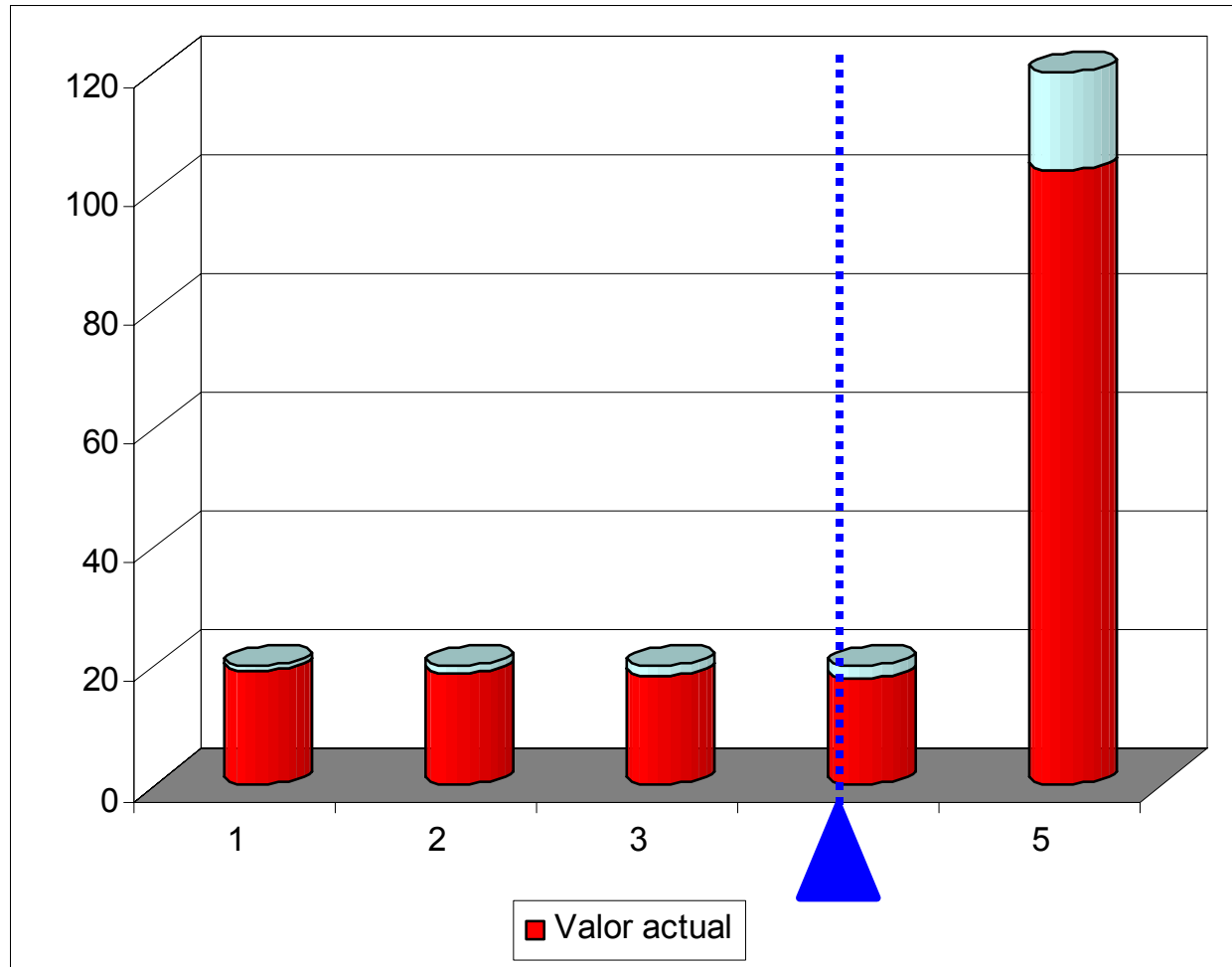
# Propiedades de la Duración

- A mayor plazo, mayor Duración
- A menores cupones, mayor Duración
- A mayor TIR, menor Duración

# Propiedades de la Duración

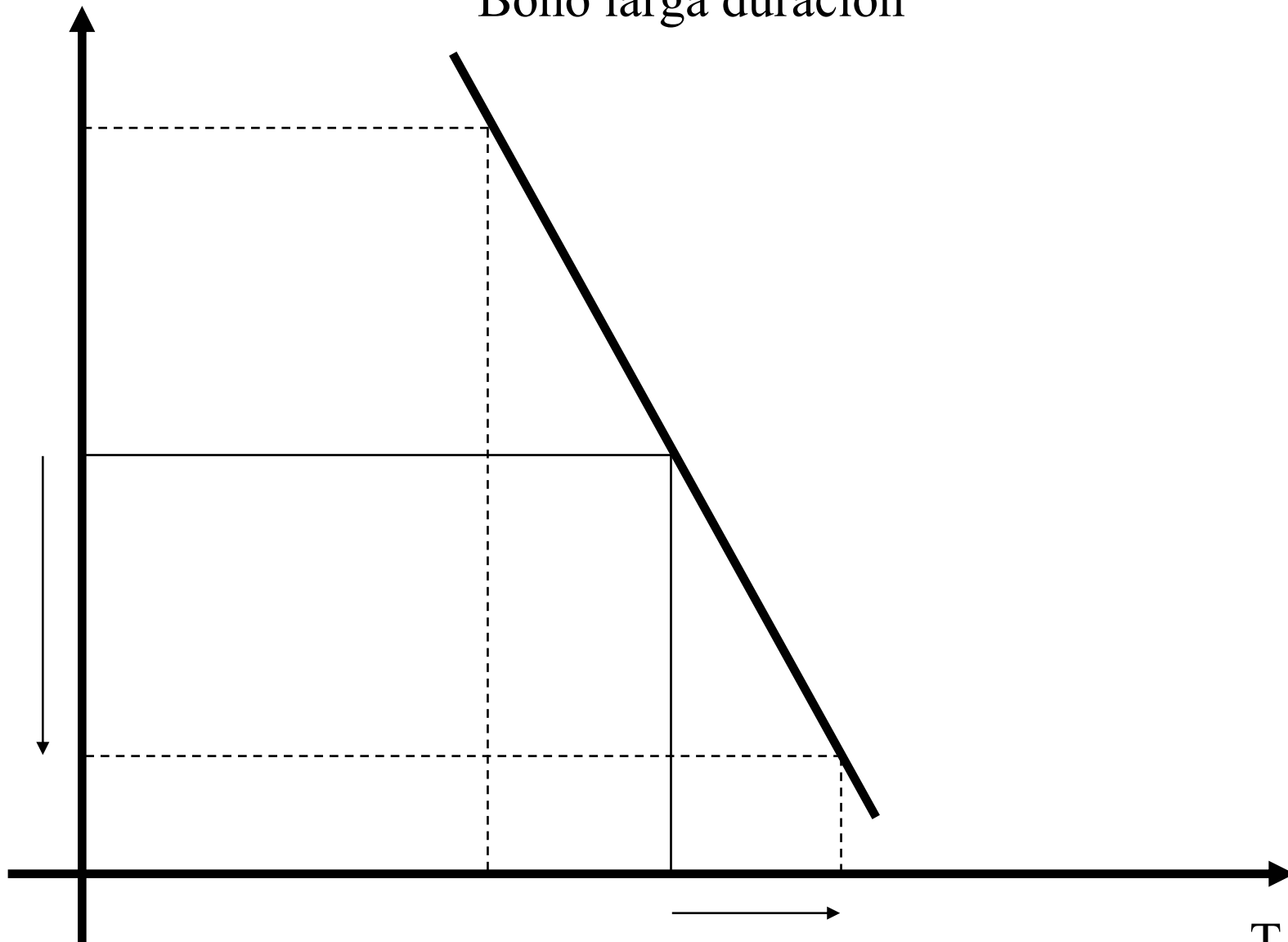
Tasa de descuento: 3%			
<u>Años</u>	<u>Valor actual</u>	<u>Flujo</u>	<u>Duración</u>
1	19.41	20	19.41
2	18.85	20	37.70
3	18.30	20	54.90
4	17.76	20	71.07
5	103.51	120	517.56
<b>Precio con cc:</b>	<b>177.85</b>		<b>700.67</b>
		<b>Duración:</b>	<b>3.94</b>

# Propiedades de la Duración

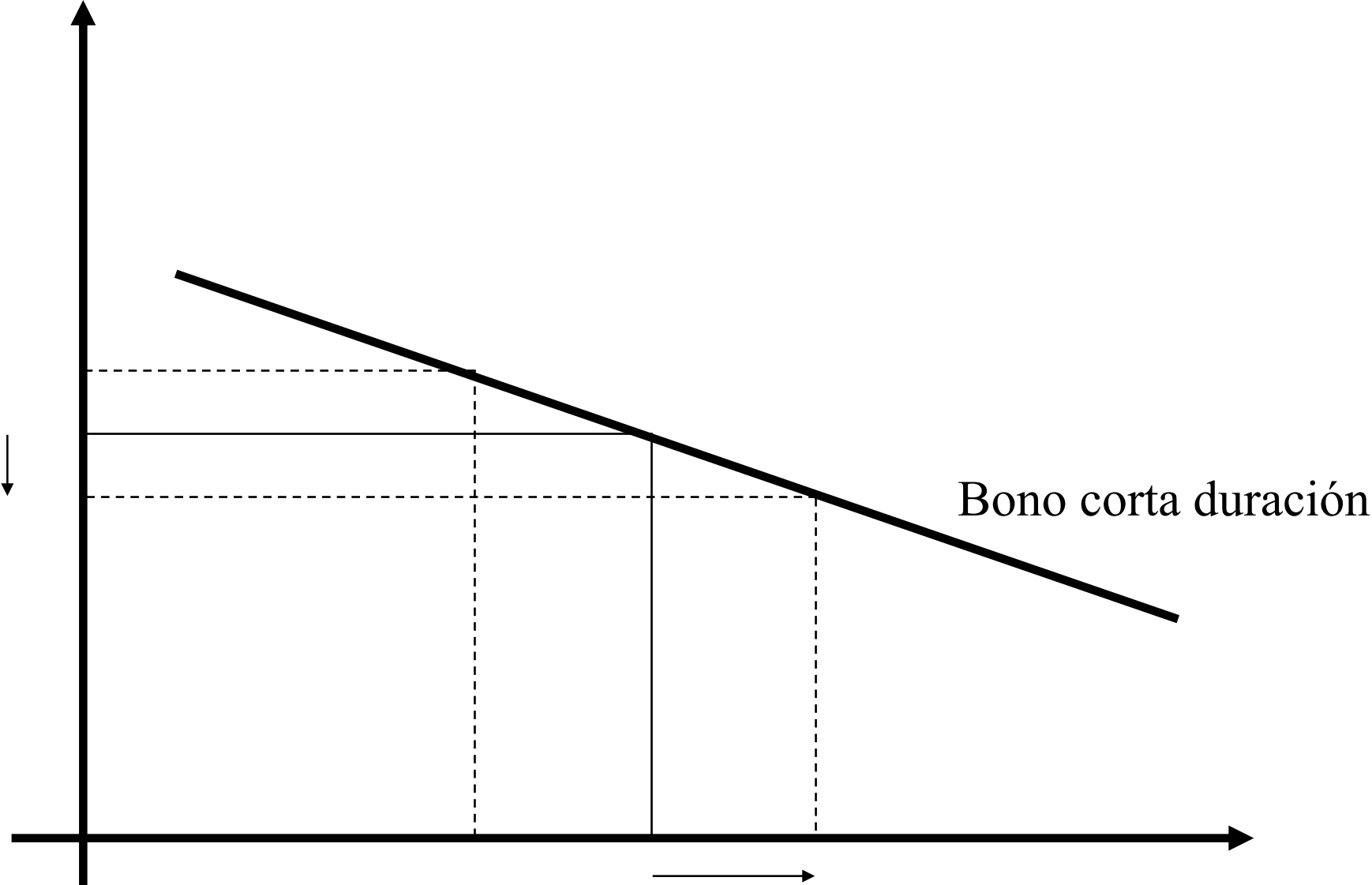


PRECIO

Bono larga duración



PRECIO



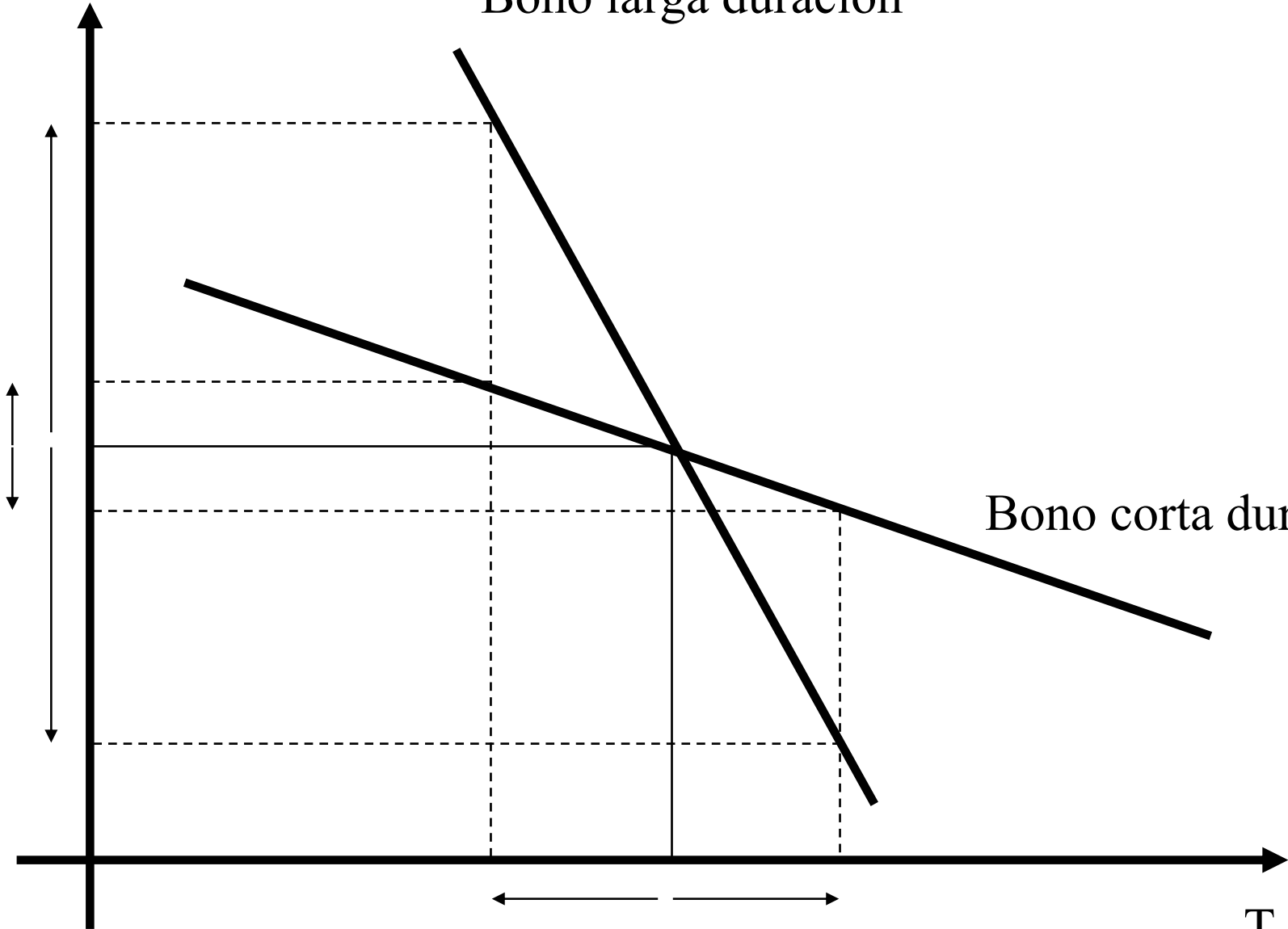
Bono corta duración

T.I.R.  
231

PRECIO

Bono larga duración

Bono corta duración



## 5.3. Duración Modificada

## 5.3. Duración Modificada

- En la práctica, la duración se cambia un poco y se le llama Duración Modificada o ajustada.
- Además de la dimensión del tiempo, la Duración cuantifica la sensibilidad precio rendimiento de un bono.
- Por ejemplo, si un bono tiene el doble de duración de otro, entonces su precio relativo cambiaría el doble a un cambio igual en rendimiento.

# Duración Modificada

- Esto es sólo una propiedad matemática para cambios iguales en rendimiento.
- En el mercado, la volatilidad diaria no necesariamente sería el doble, lo cual reflejaría desplazamientos en rendimiento no paralelos.

# Duración Modificada

- La fórmula de la Duración Modificada es muy sencilla:

$$DM = \frac{D}{1 + y}$$

donde:

D = Duración

y = TIR

# Duración Modificada

- El concepto de la DM permite transformar variaciones absolutas de la rentabilidad interna “y” en rentabilidad efectiva.

$$\frac{P_1 - P_0}{P_0} = -DM(y_1 - y_0)$$

## 5.4. Risk

## 5.4. Risk

- Risk es el riesgo que equivale a 100 veces el valor de un punto base del rendimiento seleccionado (convencional o equivalente semestral).
- La Duración ajustada es igual al riesgo multiplicado por 100 y dividido entre el precio completo. (El precio completo incluye el interés devengado o cc).

# Risk

- También se le suele llamar Sensibilidad Absoluta y su fórmula es:

$$\text{Risk} = \frac{\text{DM} \times \text{Pcc}}{100}$$

# Risk

Bono 10.15% 31/01/06      Fecha valor: 16/05/02		
TIR	4.503%	4.513%
DURACION	3.242	3.242
DUR MODIF	3.102	3.102
RISK	3.777	3.777
Precio ex cc	118.87000	118.83223
$118.87 - 118.83222 = 0.037777 = \text{Risk}$		

# Inconveniente de las medidas de sensibilidad

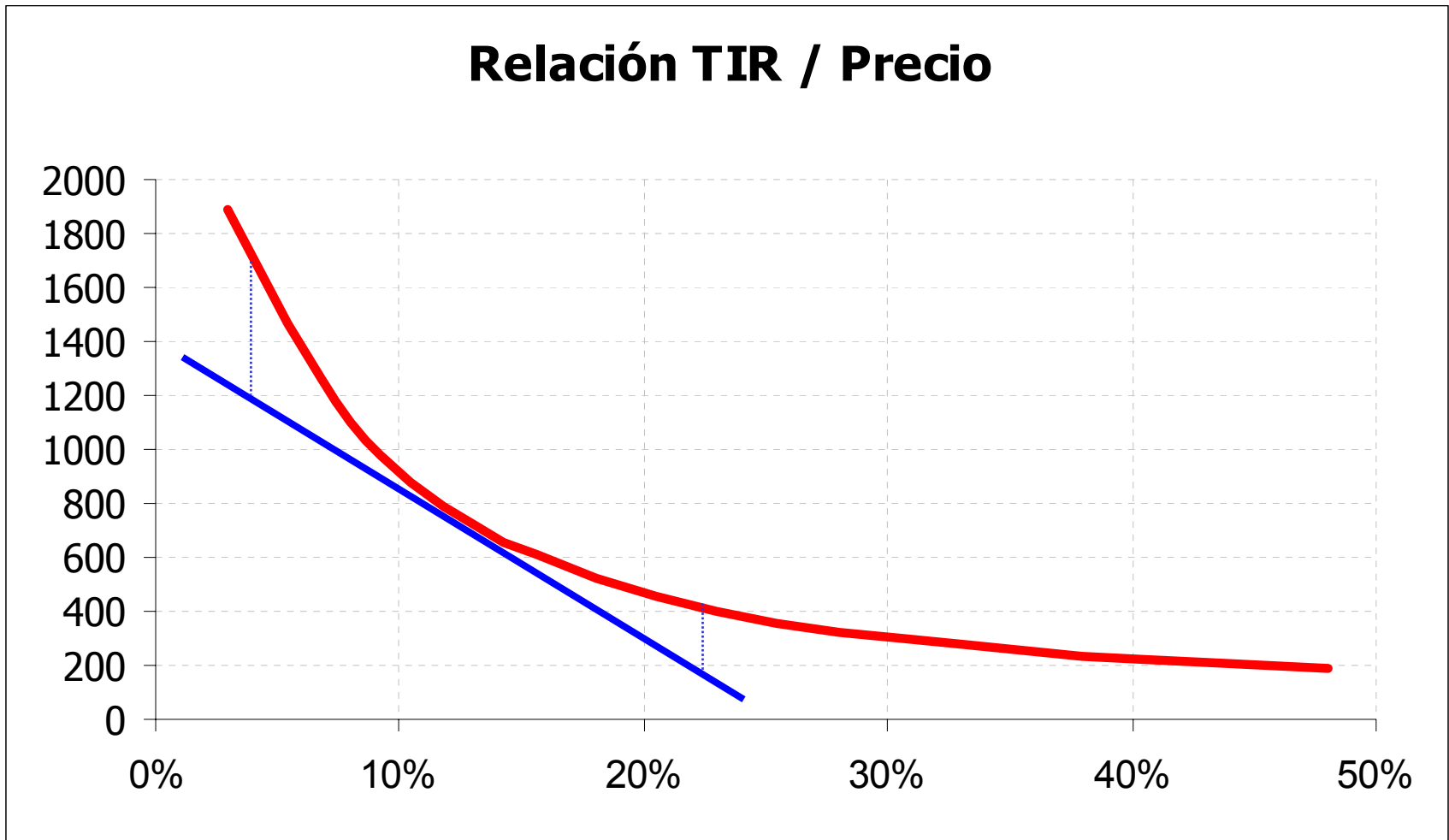
- Todas las medidas de sensibilidad que hemos visto (BPV, D, DM y Risk) tienen en común que son buenas para medir el cambio en Precio ante **pequeños** cambios en TIR, pero **no** funcionan para grandes cambios en TIR.
- La razón es la forma convexa que tiene la relación entre Precio y TIR.

# 5.5 Convexidad

## 5.5. Convexidad

- Es el grado en que la curva Precio/TIR para un bono es no lineal.
- En un gráfico, la convexidad mide la curvatura relativa de la curva Precio/TIR de un bono mientras que la Duración Modificada mide su pendiente relativa.
- Cuando ocurren grandes desplazamientos en las tasas de interés, los bonos con una convexidad positiva muestran un mejor desempeño que los que tienen una negativa.

# Convexidad



# Convexidad

- La línea curva roja del gráfico representa la relación real entre Precio y TIR.
- La línea recta azul (tangente a la curva roja) representa la estimación que hacen las medidas de sensibilidad.
- Podemos ver que la estimación siempre subestima el precio correspondiente a cada TIR ( $P$  estimado  $<$   $P$  real).

# Convexidad

- Matemáticamente la Convexidad Absoluta (CA) es la segunda derivada del Precio de un bono respecto de la TIR

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+y)^{N_i}}$$

- Para obtener variaciones porcentuales del Precio dividimos por P y obtenemos la Convexidad Modificada (CM).

$$CA = \frac{d^2P}{dy^2} = \sum_{i=1}^n \frac{F_i N_i (N_i + 1)}{(1+y)^{N_i+2}} \quad CM = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n \frac{F_i N_i (N_i + 1)}{(1+y)^{N_i+2}}$$

# Convexidad

- La medición de la Convexidad nos permite corregir los cálculos efectuados con la DM.
- Esta corrección la cuantificamos como el Coeficiente de Corrección por Convexidad (CCC):

$$CCC = 0.5 * CM * (1/100)^2 * Pcc$$

- Ahora podemos calcular sistemáticamente la Variación del Precio por Convexidad (VPC):

$$VPC = n^2 * CCC$$

donde: n = variación de "n" puntos porcentuales en TIR

# Convexidad

0	1	2	3	4	5	6	7	$8 = 6 - 0$	$9 = 6 - 7$	$10 = 6 + 8 / 9$	11	$12 = 11 * 10$	$13 = 10 * 3 * (10 + 1) / (1 + TI R)^{10 + 2}$
Fecha valor	Tipo de flujo	Fecha teórica de flujo	Importe del flujo (Fi)	Fecha para el cálculo	Periodos completos (pi)	Fecha resultante de restar pi periodos	Fecha un periodo antes	Dias periodo restante (di)	Dias total (ci)	Exponente (pi+di/ci)	<b>PVal</b> <b>4.531%</b>	Duracion	Convexidad
08/05/02	Cupon	31/01/03	10.15	31/01/03	0	31/01/03	31/01/02	268	365	0.73424657	9.8251	7.2140	11.4498
08/05/02	Cupon	31/01/04	10.15	31/01/04	1	31/01/03	31/01/02	268	365	1.73424657	9.3992	16.3005	40.7895
08/05/02	Cupon	31/01/05	10.15	31/01/05	2	31/01/03	31/01/02	268	365	2.73424657	8.9918	24.5857	84.0225
08/05/02	Cupon	31/01/06	10.15	31/01/06	3	31/01/03	31/01/02	268	365	3.73424657	8.6020	32.1220	139.1758
08/05/02	Amortiz	31/01/06	100	31/01/06	3	31/01/03	31/01/02	268	365	3.73424657	84.7489	316.4733	1371.1902
										Precio cc:	121.5669	396.6955	1646.6278

# Convexidad

$10 = 6 + 8 / 9$	11	$12 = 11 * 10$	$13 = 10 * 3 * (10 + 1) / (1 + TIR)^{10 + 2}$
<b><u>Exponente (pi+di/ci)</u></b>	<b><u>PV al 4.531%</u></b>	<b><u>Duración</u></b>	<b><u>Convexidad</u></b>
0.734246575	9.8251	7.2140	11.4498
1.734246575	9.3992	16.3005	40.7895
2.734246575	8.9918	24.5857	84.0225
3.734246575	8.6020	32.1220	139.1758
3.734246575	84.7489	316.4733	1371.1902
<b>Precio con cc:</b>	<b>121.56</b>	<b>396.6955</b>	<b>1646.6278</b>
<b>cc:</b>	<b>2.69</b>		<b>Convexidad Modificada:</b>
<b>Precio ex cc:</b>	<b>118.86</b>		<b>13.54</b>
	<b>Duración:</b>	<b>3.26</b>	
	<b>Duración Modificada:</b>	<b>3.12</b>	
	<b>Risk:</b>	<b>3.79</b>	

# Ejemplo de aplicación de la corrección por Convexidad

- Un bono con cupón fijo anual del 10.50% al que le quedan 10 años de vida.
- Si el Precio es 100, la TIR será 10.50%
- Veamos como la Convexidad puede ajustar el error que cometería la DM ante una bajada de la TIR de 200 pb.

# Ejemplo de aplicación de la corrección por Convexidad

Bono 10.50%	Variación de +1 pb de la TIR	
TIR	10.500%	10.510%
DURACION	6.646	6.645
DUR MODIF	6.015	6.013
RISK	6.015	6.010
Precio ex cc	100.00	99.93988
$100.00 - 99.93988 = 0.06012$		

# Ejemplo de aplicación de la corrección por Convexidad

- Estimación por sensibilidad:

$$P_1 = P_0 + (\text{Sens} * \text{Var})$$

$$P_1 = 100 + (-6.015 * 0.01) = 100 + 0.06015$$

$$P_1 = 99.93985$$

- Realidad:

$$P_1 = 99.93988$$

La diferencia es aceptable

# Ejemplo de aplicación de la corrección por Convexidad

Bono 10.50%	Variación de -200 pb de la TIR	
TIR	10.500%	8.500%
DURACION	6.646	6.854
DUR MODIF	6.015	6.317
RISK	6.015	7.146
Precio ex cc	100.00	113.12270
$100.00 - 113.1227 = -13.1227$		

# Convexidad

3	$10 = 6 + 8 / 9$	11	$12 = 11 * 10$	$13 = 10 * 3 * (10 + 1) / (1 + TIR)^{10 + 2}$
Importe del flujo (Fi)	Exponente (pi+di/ci)	<b>TIR: 10.500%</b>	Duración	Convexidad
10.5	1.000000	9.5023	9.5023	15.5644
10.5	2.000000	8.5993	17.1987	42.2563
10.5	3.000000	7.7822	23.3466	76.4820
10.5	4.000000	7.0427	28.1709	115.3574
10.5	5.000000	6.3735	31.8675	156.5938
10.5	6.000000	5.7679	34.6072	198.3994
10.5	7.000000	5.2198	36.5386	239.3960
10.5	8.000000	4.7238	37.7904	278.5473
10.5	9.000000	4.2749	38.4744	315.0988
10.5	10.000000	3.8687	38.6871	348.5256
100	10.000000	36.8449	368.4489	3319.2912
	<b>Precio</b>	100.0000	664.6324	5105.5122
	<b>P exc</b>	100.0000	<b>Convex Modificada:</b>	<b>51.05512184</b>
		<b>Duración:</b>	<b>6.6463</b>	<b>CCC:</b>
		<b>Dur Modificada:</b>	<b>6.01477274</b>	<b>0.255275609</b>

# Ejemplo de aplicación de la corrección por Convexidad

- Estimación por sensibilidad SIN corrección:

$$P_1 = P_0 + (\text{Sens} * \text{Var})$$

$$P_1 = 100 + (-6.015 * -2) = 100 + 12.03$$

$$P_1 = 112.03$$

- Realidad:

$$P_1 = 113.12$$

La diferencia es demasiado grande

# Ejemplo de aplicación de la corrección por Convexidad

- Estimación por sensibilidad CON corrección:

$$CCC = 1/2 * CM * (1/100)^2 * P_{cc}$$

$$CCC = 0.5 * 51.05 * (1/100)^2 * 100 = 0.255$$

$$VPC = n^2 * CCC = -2^2 * 0.255$$

$$P_1 = P_0 + (Sens * Var) + ((Var)^2 * CCC)$$

$$P_1 = 100 + (-6.015 * -2) + ((-2)^2 * 0.255)$$

$$P_1 = 113.05$$

- Realidad:  $P_1 = 113.12$

Ahora la diferencia es aceptable

# Propiedades de la Convexidad

1. Duraciones elevadas suponen mayores convexidades.
2. Incrementos (decrementos) de TIR suponen disminuciones (aumentos) de convexidad.
3. Para una TIR y vencimiento dados, a menor cupón, mayor convexidad.
4. Asimetría: los repuntes de precio por un descenso de TIR de una magnitud determinada son superiores a los descensos de los mismos ante un aumento de TIR de igual cuantía.

# 6. Reportos

# 6. Reportos

1. Concepto del Reporto
2. Cálculo de Reportos
  1. Sin cupón intermedio
  2. Con cupón intermedio

# 6.1. Concepto del Reporto

- Reporto = Operaciones de cesión temporal
- Dos modalidades:
  - Compraventa con pacto de recompra = Reporto puro
  - Simultanea (doble simultanea) = alternativa al reporto
- El éxito de un mercado de reportos se mide por el incremento de la liquidez en la negociación al contado.
- La operativa de reporto permite a los inversores nuevas formas de financiar sus posiciones o de obtener cierta ganancia por la cesión temporal de sus tenencias de valores de deuda.

# Adquisiciones Temporales de Valores del Tesoro

*Inversor*

- Las adquisiciones temporales de Valores del Tesoro son compras de estos valores por un período de tiempo determinado, -unos días, semanas o meses-; en estas operaciones, el inversor adquiere Valores del Tesoro, a un determinado precio, a una entidad financiera, quien se compromete a recomprárselos pasado un plazo de tiempo (generalmente por debajo de un año), a un precio fijado de antemano.

# Rendimiento de la adquisición temporal

*Inversor*

- El rendimiento de la inversión será, pues, la diferencia entre el precio de venta y el de compra del valor.
- Como ambos precios se "acuerdan" entre las partes al iniciarse la operación, el comprador conoce a ciencia cierta la rentabilidad que le generará la inversión.

# Formalización

*Inversor*

- Las operaciones con pacto de recompra sobre Valores del Tesoro pueden tomar dos formas: las conocidas como "reportos", y las "simultáneas", operaciones muy similares en todos los aspectos, aunque los "reportos" suelen ser los más frecuentemente utilizados por el pequeño inversor.

# Más en profundidad

- Consisten en que las partes contratantes acuerdan cerrar simultáneamente dos operaciones simples, una de compra y otra de venta, ya sea la primera al contado y la segunda a plazo o las dos a plazo.
- El comprador de la primera operación será el vendedor de la segunda y viceversa.
- Se trata de operaciones en firme, pactándose el precio de venta y de recompra, si la operación es a fecha fija, y el precio de venta y la rentabilidad asociada a la operación si es a la vista.
- La compraventa temporal da derecho al cobro de los cupones por el poseedor del activo en la fecha de vencimiento del cupón.

# Reporto

- También conocido como "compraventa con pacto de recompra"
- Operación consistente en la compraventa de un valor con el compromiso de deshacerla en una fecha posterior y a un precio determinado de antemano.
- A efectos prácticos, y para el pequeño inversor, puede ser una alternativa de inversión para invertir en deuda pública a plazos muy cortos.

# Reportos: disponibilidad de los valores

- A diferencia de las operaciones simultáneas no existe plena disponibilidad de los valores y sólo se pueden realizar transacciones en "reporto" hasta antes de la fecha pactada para la retrocesión de los activos.
- El comprador de un bono en reporto tiene derecho a cobrar los cupones devengados durante el plazo de la cesión.

# Simultánea

- Dos operaciones de signo contrario -una de compra y otra de venta- con distinta fecha de ejecución, acordadas simultáneamente con la misma entidad financiera y cuyos precios quedan determinados desde el momento inicial.
- Es, pues, una operación muy similar al reporto, con la que se consigue invertir en deuda pública a plazos muy cortos de tiempo.

# Simultáneas: disponibilidad de los valores

- Las dos operaciones (de compra y de venta) se refieren al mismo tipo de activo y por el mismo importe nominal.
- El comprador tiene plena disponibilidad de los valores adquiridos, con independencia de la fecha en que se ha contratado la operación de retorno, puesto que no hace falta devolver el mismo activo, sino sólo uno similar (fungible).

# Similitudes y diferencias

- Son operaciones financieramente idénticas.
  - Pueden existir importantes diferencias históricas, registrales y contables, depende de cada país.
  - Desde el punto de vista financiero, las simultaneas o los reportos pueden interpretarse de la misma forma:
    - O bien como un préstamo garantizado con valores (\*)
    - O como una venta de valores sujeta a un compromiso de recompra
- (\*) valores subyacentes a la operación y cuyo valor de mercado determina el efectivo del préstamo (colateral)

# Similitudes y diferencias

- Contablemente tiene sentido que ambas operaciones generen un pasivo por el efectivo de la cesión temporal.
- Fiscalmente el tratamiento ha de ser también homogéneo, las rentas de las adquisiciones temporales, sean de una u otra modalidad, no deben de exigir retención fiscal a cuenta del impuesto del comprador.

# Limitaciones típicas a reportos

- Limitaciones que se da en poner a los reportos en algunos países:
  - No permitir que el plazo del reporto supere el plazo sobre el que el vendedor dispone del usufructo del valor cedido. Es decir, no se puede vender reporto a 3 meses, por ejemplo, un papel adquirido previamente con un reporto a solo 2 meses.
  - No permitir el reporto de reporto
- Estas limitaciones se eliminan con Simultaneas.

# Riesgos

- Los repos no son operaciones 100% sin riesgo.
- Estamos usando un valor como garantía o colateral.
- Si el valor de este colateral cae, ya no podremos garantizar el valor total de la inversión que avala.
- La medida preventiva más eficaz y sencilla es la pignoración (haircut).
- El tomador de fondos no puede financiar el 100% de su papel, sino solamente una proporción, por ejemplo el 85%

# ¿Para que le sirven al mercado estas operaciones?

- Comprar valores “sin dinero”
  - Compro un título que con la misma fecha valor cedo temporalmente a un tercero. El tercero esta financiando la compra de mi título.
- Vender valores “sin papel”
  - Vendo un título que no tengo y automáticamente lo compro en simultanea.
- Aplicaciones directas para mejorar el mercado
  - Financiación más barata que el interbancario
  - Desestandariza plazos de inversión
  - Short selling
  - Spread
- Esto implica: Generación de liquidez

## 6.2. Cálculo de Reportos

Vamos a ver 2 ejemplos:

- En el primero entre la fecha de inicio y fin del reporto no hay ningún corte de cupón.
- En el segundo entre la fecha de inicio y fin del reporto hay un corte de cupón.

Veremos que la única diferencia es como calcular el impacto financiero del cobro del cupón intermedio.

## 6.2.1. Cálculo de Reportos SIN cupón intermedio

- Ejemplo de un reporto del Bono 10.15% 31/01/06 entre las fechas 16/05/02 y 29/07/02
- Como entre las fechas del reporto no hay un corte de cupón diremos que se trata de un **Reporto sin cupón intermedio**

# Cálculo de Reportos

- Para calcular un reporto sin cupón intermedio hemos de dar varios pasos de forma ordenada:
  1. Datos del activo y calculo del cc (ida)
  2. Cálculo del Efectivo de ida
  3. Cálculo de los intereses del reporto
  4. Cálculo del cc (vuelta)
  5. Cálculo del Precio de vuelta

# Cálculo de Reportos

<b>Datos del activo y cálculo del cc (ida)</b>	
Fecha de inicio del cupón	31/01/02
Fecha de finalización del cupón	31/01/03
Fecha valor	16/05/02
Días del cupón completo	365
Días del cupón corrido	105
Días que faltan del cc	260
Cupón en %	10.15
Cupón Corrido	2.919863014

# Cálculo de Reportos

## Cálculo del Efectivo de ida

$$\text{Efectivo ida} = \text{Precio con cc} / 100 * \text{Nominal}$$

Nominal	1,000,000
Precio ex cc	118.87
Cupón Corrido	3.020547945
Precio con cc	121.7899
Efectivo en USD	1,217,898.63

# Cálculo de Reportos

<b>Cálculo de los intereses del reporte</b>	
Fecha de inicio del reporte	16/05/02
Fecha de finalización del reporte	29/07/02
Días de reporte	74
Capital inicial (efectivo de ida)	1,217,898.63
Tasa de interés	3.374%
Base de cálculo	360
Intereses	8,446.67
Capital final (efectivo de vuelta)	1,226,345.30

# Cálculo de Reportos

<b>Datos del activo y cálculo del cc (vuelta)</b>	
Fecha de inicio del cupón	31/01/02
Fecha de finalización del cupón	31/01/03
Fecha valor	29/07/02
Días del cupón completo	365
Días del cupón corrido	179
Días que faltan del cc	186
Cupón en %	10.15
Cupón Corrido	4.977671233

# Cálculo de Reportos

## Cálculo del Precio de vuelta

$$\text{Precio vuelta} = \text{Efectivo vuelta} / \text{Nominal} * 100 - \text{cc}$$

Nominal	1,000,000
Efectivo de vuelta	1,226,345.30
Cupón Corrido	4.977671233
Precio ex cc de vuelta	117.65685863

## 6.2.2. Cálculo de Reportos CON cupón intermedio

- Ejemplo de un reporto del Bono 10.15% 31/01/06 entre las fechas 16/05/02 y 03/02/03
- Como entre las fechas del reporto si hay un corte de cupón diremos que se trata de un **Reporto con cupón intermedio**

# Cálculo de Reportos

- Para calcular un reporto con cupón intermedio hemos de dar varios pasos de forma ordenada:
  1. Datos del activo y cálculo del cc (ida)
  2. Cálculo del Efectivo de ida
  3. Efecto del cupón intermedio
  4. Cálculo de los intereses del reporto
  5. Cálculo del cc (vuelta)
  6. Cálculo del Precio de vuelta

# Cálculo de Reportos

<b>Datos del activo y cálculo del cc (ida)</b>	
Fecha de inicio del cupón	31/01/02
Fecha de finalización del cupón	31/01/03
Fecha valor	16/05/02
Días del cupón completo	365
Días del cupón corrido	105
Días que faltan del cc	260
Cupón en %	10.15
Cupón Corrido	2.919863014

# Cálculo de Reportos

## Cálculo del Efectivo de ida

$$\text{Efectivo ida} = \text{Precio con cc} / 100 * \text{Nominal}$$

Nominal	1,000,000
Precio ex cc	118.87
Cupón Corrido	3.020547945
Precio con cc	121.7899
Efectivo en USD	1,217,898.63

# Cálculo de Reportos

<b>Efecto del cupón intermedio a vto del reporto</b>	
Efecto = Cupón cortado * (1+ tasa * días / 360)	
Tasa de interés	3.374%
Fecha siguiente cupón	31/01/03
Fecha de finalización del reporto	03/02/03
Días desde el corte al vencimiento	3
Cupón cortado (cupón * nominal)	101,500.00
Efecto cupón intermedio	101,528.54

# Cálculo de Reportos

<b>Cálculo de los intereses del reporte</b>	
Fecha de inicio del reporte	16/05/02
Fecha de finalización del reporte	03/02/03
Días de reporte	263
Capital inicial (efectivo de ida)	1,217,898.63
Tasa de interés	3.374%
Efecto cupón intermedio	-101,528.54
Intereses	30,019.92
Capital final (efectivo de vuelta)	1,146,390.01

# Cálculo de Reportos

<b>Datos del activo y cálculo del cc (vuelta)</b>	
Fecha de inicio del cupón	31/01/03
Fecha de finalización del cupón	31/01/04
Fecha valor	03/02/03
Días del cupón completo	365
Días del cupón corrido	3
Días que faltan del cc	362
Cupón en %	10.15
Cupón Corrido	0.083424658

# Cálculo de Reportos

## Cálculo del Precio de vuelta

$$\text{Precio vuelta} = \text{Efectivo vuelta} / \text{Nominal} * 100 - \text{cc}$$

Nominal	1,000,000
Efectivo de vuelta	1,146,390.01
Cupón Corrido	0.083424658
Precio ex cc de vuelta	114.55557603

