



Documento de Investigación 06-2010
Construcción de gráficos de abanico con bandas
asimétricas: una aplicación para el pronóstico de inflación
en Costa Rica

Adolfo Rodríguez Vargas

Julio 2010

Banco Central de Costa Rica
División Económica
DEC-DIE-DI-06-2010

Las ideas expresadas en este documento son del autor y no necesariamente representan las del Banco Central de Costa Rica

La serie de documentos de Investigación del Departamento de Investigación Económica del Banco Central de Costa Rica puede encontrarse en www.bccr.fi.cr

The ideas expressed in this document are of the authors and do not necessarily represent those of the Central Bank of Costa Rica.

The research paper series of the Economic Research Department of the Central Bank of Costa Rica can be found at www.bccr.fi.cr

Construcción de gráficos de abanico con bandas asimétricas: una aplicación para el pronóstico de inflación en Costa Rica

Adolfo Rodríguez Vargas[‡]

Resumen

El cálculo de bandas de confianza de igual amplitud alrededor de una proyección central ignora posibles asimetrías en las presiones al alza o a la baja que afronta ese pronóstico. El objetivo de los gráficos de abanico con bandas asimétricas es proveer la valoración más completa que realiza el Banco Central de los riesgos sobre sus pronósticos, realizando una evaluación comprehensiva de las presiones sobre los factores que determinan la variable pronosticada, así como de su variabilidad. Este documento presenta la metodología que utiliza el Banco Central de Costa Rica para realizar dicha evaluación y generar gráficos de abanico con bandas asimétricas para sus pronósticos de inflación. La implementación se basa en los trabajos seminales de Britton, Fisher y Whitley (1998) y Blix y Sellin (1998).

Palabras claves: pronósticos, inflación, incertidumbre, gráfico de abanico, bandas de confianza asimétricas.

Clasificación JEL: E31, E37, C19, C53.

Abstract

The calculation of error bands of equal size around a forecast bypasses possible asymmetries in the downward or upward pressures that the forecast may face. The goal of fan charts with asymmetric error bands is to provide the most complete assessment made by the Central Bank of the pressures on the factors that impact the forecasted variable, as well of their variability. This document presents the methodology used by the Central Bank of Costa Rica to carry out such assessment in order to generate fan charts with asymmetric error bands for its inflation forecasts. The implementation is based on the seminal works by Britton, Fisher and Whitley (1998) and Blix and Sellin (1998).

Keywords: forecasts, inflation, uncertainty, fan chart, asymmetric error bands.

JEL classification: E31, E37, C19, C53.

[‡] Departamento de Investigación Económica, Banco Central de Costa Rica. Email: rodriguezva@bccr.fi.cr

Cuadro de contenidos

1	Introducción	1
2	Generalidades sobre los gráficos de abanico	1
3	Construcción de gráfico de abanico para la inflación	5
3.1	El pronóstico central	5
3.1.1	Pronóstico del MMPT	5
3.1.2	Combinación de pronósticos de inflación	6
3.2	La distribución de probabilidad	6
3.3	La evaluación de la incertidumbre	9
3.3.1	Incertidumbre histórica y balance de riesgos	9
3.3.2	Cálculo de desviaciones estándar para la distribución de la inflación	11
3.4	Cálculo de bandas de confianza	13
4	Consideraciones finales	16
5	Bibliografía	17
6	Anexos	18

1 Introducción

El Banco Central de Costa Rica (BCCR) ha anunciado la adopción, a mediano plazo, de un esquema de política monetaria de meta explícita de inflación. Este marco de política implica el anuncio de un valor numérico para la meta de inflación para un horizonte de tiempo específico. Dicha meta puede consistir en un rango de valores, en un valor puntual o en un valor puntual con bandas de tolerancia. Dado que las acciones de política monetaria actúan con rezago sobre la inflación, el compromiso de cumplir con la meta establecida implica que se debe analizar las presiones inflacionarias de manera prospectiva. Así pues, la formulación de la política monetaria debe realizarse con base en una evaluación del comportamiento esperado de la inflación, por lo que los pronósticos cumplen un papel central en este esquema.

Dada su importancia, el pronóstico de referencia debería incluir toda la información que se considere relevante al momento de formular las acciones de política. Esto incluye reflejar de alguna manera la incertidumbre inherente a todo proceso de pronóstico así como el juicio acerca de eventuales presiones que podrían alejarlo del valor efectivamente observado. Una herramienta que satisface esa necesidad es el *gráfico de abanico*, pues permite incorporar a la presentación de las proyecciones la evaluación experta de los riesgos que afrontan dichos pronósticos. De esta forma, es posible presentar la valoración integral de las presiones inflacionarias realizada por el banco central.

El objetivo de este documento es explicar en detalle la elaboración de un gráfico de abanico que incorpora valoración experta, con particular énfasis en su implementación para los pronósticos de inflación del Banco Central de Costa Rica. El resto del trabajo se estructura como sigue: en la sección 2 se explican brevemente los principales componentes requeridos para la construcción de un gráfico de abanico, en la sección 3 se profundiza esa explicación exponiendo sus fundamentos teóricos así como los detalles técnicos de la implementación para el caso de Costa Rica, y en la sección 4 se realizan algunos comentarios conclusivos.

2 Generalidades sobre los gráficos de abanico

El objetivo de un gráfico de abanico es comunicar de la forma más completa posible la evolución probable de una variable tomando en cuenta la incertidumbre inherente a todo proceso de pronóstico. Así pues, un gráfico de abanico consiste en una representación

conjunta de las distribuciones de probabilidad estimadas para la variable, para varios horizontes de pronóstico¹.

El gráfico presenta un pronóstico central junto con un grupo de bandas, correspondientes a varios niveles de confianza, ubicadas en torno a él. En algunos casos se trata de bandas ubicadas simétricamente alrededor del pronóstico, lo cual implica que se supone la misma probabilidad de que la variable difiera de la proyección hacia arriba como hacia abajo. Sin embargo, es posible construir gráficos de abanico con bandas asimétricas, para representar diferencias en las presiones al alza o a la baja sobre el pronóstico. Así pues, una banda ubicada por encima del pronóstico que es más amplia que la banda correspondiente ubicada por debajo de él implica que se considera más probable que el pronóstico difiera hacia arriba. En este documento se presenta la elaboración de este último tipo de gráfico.

La elaboración de un gráfico de abanico con bandas asimétricas requiere una caracterización de la distribución de probabilidad asociada con la variable para cada horizonte de pronóstico, lo cual se logra por medio de dos elementos principales: el pronóstico central, que estará asociado a una medida de tendencia central de la distribución, y la valoración de la incertidumbre asociada a dicho pronóstico, que se reflejará en el sesgo y la amplitud de la distribución² y cuyo objetivo es el cálculo de las bandas de confianza.

El pronóstico central

El pronóstico central es un insumo y no un producto del proceso de elaboración del gráfico de abanico. Se obtiene a partir de un modelo o conjunto de modelos de proyección en cuya formulación se incluyen factores considerados influyentes en el comportamiento de la variable pronosticada. De esta forma, el pronóstico central corresponde a una estimación de la que se considera la senda de valores más probables para la variable a lo largo del período de proyección. Esta interpretación es análoga a identificar al pronóstico central como la *moda* de la distribución de probabilidad de la variable, que se denota μ . Con esta definición se trata de evitar formar una impresión de certeza sobre los valores que podría asumir la variable, enfatizando en vez de ello el carácter probabilístico del ejercicio.

¹ Una distribución de probabilidad describe el rango de valores que una variable podría tener y la probabilidad de que el valor de esa variable esté en algún intervalo de ese rango de valores.

² El sesgo es una medida de la asimetría en la distribución de una variable, e indica hacia dónde se concentraría la mayoría de valores con respecto a su valor más probable. La amplitud se asocia con la variabilidad alrededor de la media, y se mide mediante la desviación estándar.

La evaluación de la incertidumbre

El objetivo de esta etapa es resumir las presiones percibidas sobre el pronóstico central de la variable en una única medida del sesgo de su distribución. Es importante resaltar que para realizar el ejercicio de pronóstico fue necesario contar con proyecciones para cada uno de los factores que determinan la variable pronosticada. Es sobre la incertidumbre asociada con esas proyecciones de los factores determinantes que se realiza una evaluación subjetiva basada inicialmente en datos históricos. Esta valoración comprende dos elementos, que se detallan a continuación.

i- Balance de riesgos. El objetivo de esta etapa es realizar una valoración de los riesgos que afronta el pronóstico central. Para ello, se empieza por determinar, utilizando toda la información disponible así como el juicio experto, cuán probable es que el valor real de cada factor difiera del valor utilizado para calcular el pronóstico central. A este ejercicio se le llama *balance de riesgos*. Consiste en identificar la probabilidad de que el verdadero valor de cada factor sea inferior a su proyección empleada en cada horizonte. En ausencia de presiones sobre este valor, dicha probabilidad debería ser 50%. Así, asignar una probabilidad mayor a 50% indica que se considera más probable que el valor del factor se encontrará por debajo del valor empleado para el pronóstico, mientras que una probabilidad menor a 50% indica que se consideran más probables valores mayores a él.

ii- Incertidumbre de los pronósticos en relación con su incertidumbre histórica. La incertidumbre de las estimaciones de los factores determinantes y de la variable de interés se aproxima mediante la desviación estándar histórica de sus errores de pronóstico, la que puede ajustarse si se considera que existen razones para suponer que los pronósticos de los factores y de la variable de interés son más inciertos o menos inciertos que lo sugerido por esa medida base. Usualmente, la incertidumbre se incrementa conforme se pronostica a un horizonte más distante.

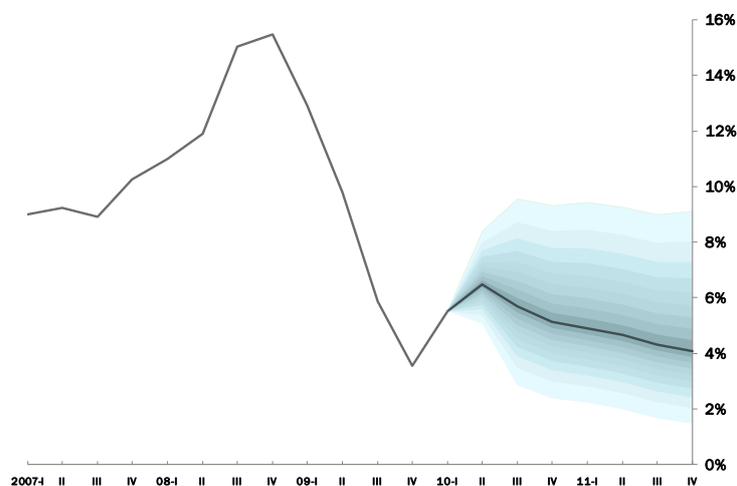
A partir de las probabilidades calculadas en *i-* y de las medidas de incertidumbre calibradas en *ii-* se calculan indicadores del *sesgo* individual de cada factor. En este caso, el sesgo indica hacia dónde se concentraría la mayoría de valores posibles de cada factor con respecto a su pronóstico, es decir, indica si los riesgos presionan a la baja o al alza al pronóstico central. En consecuencia, la importancia de este ejercicio radica en que permite reflejar riesgos de diferente magnitud y dirección sobre los valores proyectados para los factores, lo que debería reflejarse en el pronóstico central.

Ahora bien, ¿hacia dónde es más probable que difiera el pronóstico central de la variable de interés? La respuesta proviene de agregar las medidas de los riesgos para cada factor determinante en una sola medida del sesgo para la variable de interés. Dado que los factores inciden de forma distinta en la variable, el efecto conjunto de los sesgos individuales debe aproximarse considerando la influencia relativa de cada factor. Para esto, como ponderador para cada sesgo se usa el valor de la respuesta de la variable en períodos siguientes a un cambio en el factor correspondiente. Estos valores provienen de un *análisis de impulso-respuesta*. Así, el efecto de cada sesgo individual sobre el sesgo total dependerá de la dirección y magnitud en que la variable responda a cambios en el factor.

A partir del pronóstico central y de la evaluación de incertidumbre se debe calcular los valores que delimitan las bandas de confianza. Para ello es necesario suponer una forma funcional para la distribución de probabilidad de la variable de interés. La escogencia de la distribución debe ir de la mano con el balance de riesgos, de modo que la distribución elegida sea capaz de reflejar asimetrías en las presiones sobre el pronóstico central. En consecuencia, una distribución muy utilizada en este tipo de ejercicios es la distribución normal de dos piezas, que incorpora un sesgo variable. Los detalles sobre esta distribución se explican en la sección 3.

Los valores que delimitan las bandas para los niveles de confianza deseados se grafican conjuntamente con el pronóstico central. Por ejemplo, el siguiente gráfico de abanico se realizó para la proyección trimestral de la inflación interanual de Costa Rica, a partir del primer trimestre de 2010.

Gráfico 1
Costa Rica. Gráfico de abanico para pronóstico de inflación interanual.
2010-II - 2011-IV



Fuente: BCCR, Informe de Inflación mayo 2010.

3 Construcción de gráfico de abanico para la inflación

En esta sección se exponen los detalles técnicos de la elaboración de gráficos de abanico para las proyecciones de inflación del Banco Central de Costa Rica. La implementación se basa en la metodología seminal descrita por Britton, Fisher y Whitley (1998) para los gráficos de abanico del Banco de Inglaterra, y en la adaptación desarrollada por Blix y Sellin (1998) para el Banco Central de Suecia. La notación sigue a Julio (2007), quien expone la implementación para el Banco de la República de Colombia.

Básicamente, el objetivo de este apartado es explicar cómo obtener los parámetros que caracterizan la distribución de probabilidad de la inflación a cada horizonte de pronóstico, y cómo calcular los límites de las bandas de confianza a partir de esos parámetros. Como se expuso en la sección 2, esto significa identificar la forma funcional de la distribución, su sesgo y su desviación estándar, y una medida de tendencia central (moda, media).

3.1 El pronóstico central

En la sección 2 se indicó que el pronóstico central corresponde a la que se considera la senda de valores futuros más probables para la variable de interés, en este caso, la inflación (π_t). Esta definición implica identificar al pronóstico central con la moda μ_t^π de la distribución de probabilidad para la inflación.

El BCCR ha desarrollado gráficos de abanico para sus proyecciones de inflación obtenidas mediante el Modelo Macroeconómico de Proyección Trimestral (MMPT) y mediante una combinación de pronósticos de inflación. A continuación se explica brevemente cada caso.

3.1.1 Pronóstico del MMPT

Por medio del Modelo Macroeconómico de Proyección Trimestral se obtienen pronósticos de inflación para horizontes desde 1 hasta 8 trimestres. Este es un pronóstico activo, pues se realiza suponiendo una evolución de la tasa de política monetaria acorde con los objetivos del BCCR. El MMPT incorpora los mecanismos de transmisión de la política tomando en cuenta los rezagos con que ésta actúa sobre las variables objetivo, así como la magnitud de su efecto por medio de los canales de transmisión. Partiendo de ese análisis, se identifican las variables macroeconómicas que se consideran los factores más importantes que influyen en el pronóstico de inflación y para las cuales se realizará la evaluación de su incertidumbre.

Para la elaboración del gráfico de abanico del pronóstico MMPT se incluyó como factores a las brechas del producto de Costa Rica y de los EE.UU, las expectativas de inflación, la

inflación importada, la variación del tipo de cambio real y las brechas de los precios de importación y exportación con respecto a sus tendencias. Una descripción detallada de la versión más reciente del modelo se encuentra en Muñoz y Tenorio (2008)³.

3.1.2 Combinación de pronósticos de inflación

Con el fin de dar seguimiento a la efectividad de su política, el BCCR realiza proyecciones de inflación con un conjunto de modelos cuyos datos son de periodicidad mensual. La especificación y estimación de estos modelos individuales son revisadas periódicamente. Los pronósticos son los insumos para un ejercicio de combinación en el cual se obtiene un solo pronóstico que se considera un mejor predictor que los pronósticos individuales. Esencialmente, el ejercicio consiste en obtener un conjunto de ponderaciones ψ_j para $j= 1 \dots k$, mediante el cual los k pronósticos individuales incluidos se combinan en una sola proyección. La metodología utilizada por el BCCR puede consultarse en Hoffmaister, Saborío, Solano y Solera (2001) y en Mora y Rodríguez (2009).

Actualmente, los modelos incluidos son: Modelo Univariable de Inflación, Modelo Vector Autorregresivo Lineal de Mecanismos de Transmisión de la Política Monetaria, Modelo Impacto de los Precios del Petróleo en Costa Rica, Modelo de Títulos Fiscales y Modelo Ingenuo⁴. Para construir el gráfico de abanico de la combinación se generan pronósticos para horizontes desde 1 hasta 24 meses.

Debe mencionarse que en este documento se describe la metodología para generar el gráfico de abanico para el pronóstico combinado de inflación. Sin embargo, también es posible generar gráficos de abanico para los pronósticos individuales mediante el mismo procedimiento.

3.2 La distribución de probabilidad

Para calcular las bandas del gráfico de abanico es necesario suponer una forma funcional para la distribución de probabilidad tanto de la inflación como de los factores que influyen en ella. Como indican Britton et al (1998), un punto de partida podría ser suponer que los valores se dispersan de forma aproximadamente simétrica alrededor de su valor más probable μ , de forma que valores más cercanos al centro sean más probables que los más alejados de él. Esto sugeriría utilizar una distribución como la normal, que tiene la siguiente función de densidad de probabilidad:

³ La estructura básica del modelo se presenta en el anexo 6.1

⁴ Se decidió excluir de la combinación al Modelo de Pass Through del Tipo de Cambio por las razones expuestas en Rodríguez (2009). La especificación de cada modelo se presenta en el anexo 6.2.

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left[\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right]} \quad (1)$$

donde μ es la moda de la distribución, σ^2 es su variancia y x es la variable que se distribuye normalmente.

Sin embargo, la escogencia de la distribución debe ir de la mano con el balance de riesgos, de modo que la distribución elegida sea capaz de reflejar las asimetrías en las presiones sobre el pronóstico central. Siguiendo a Britton et al (1998), el grado de asimetría en la distribución de los valores se incorpora en (1) mediante un parámetro adicional γ :

$$g(x, \mu, \sigma, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left\{ \frac{-1}{2\sigma^2} \left[(x-\mu)^2 + \gamma \left(\frac{x-\mu}{|x-\mu|} \right) (x-\mu)^2 \right] \right\}} \quad (2)$$

donde $-1 < \gamma < 1$. Esta forma funcional requiere una corrección multiplicativa para que su integral sea igual a uno y pueda representar una distribución de probabilidad, por lo que la función de densidad de probabilidad que se utilizará vendrá dada por:

$$f(x, \mu, \sigma, \gamma) = \frac{2}{\left[(1/\sqrt{1-\gamma}) + (1/\sqrt{1+\gamma}) \right]} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left\{ \frac{-1}{2\sigma^2} \left[(x-\mu)^2 + \gamma \left(\frac{x-\mu}{|x-\mu|} \right) (x-\mu)^2 \right] \right\}} \quad (3)$$

La función f ahora define a la llamada “distribución normal de dos piezas”, cuyas propiedades fueron descritas inicialmente por John (1982). Nótese que si $x > \mu$ el exponente de e en (3) se convierte en $-\frac{1}{2} \frac{(1+\gamma)}{\sigma^2} (x-\mu)^2$, mientras que si $x < \mu$ se convierte en $-\frac{1}{2} \frac{(1-\gamma)}{\sigma^2} (x-\mu)^2$. A partir de estos resultados se obtiene una parametrización más útil:

$$f(x, \mu, \sigma, \gamma) = \begin{cases} C e^{\left[-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma_1^2} \right]} & \text{para } x \leq \mu \\ C e^{\left[-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma_2^2} \right]} & \text{para } x > \mu \end{cases} \quad (4)$$

donde las desviaciones estándar están dadas por

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sigma^2}{1-\gamma}}$$

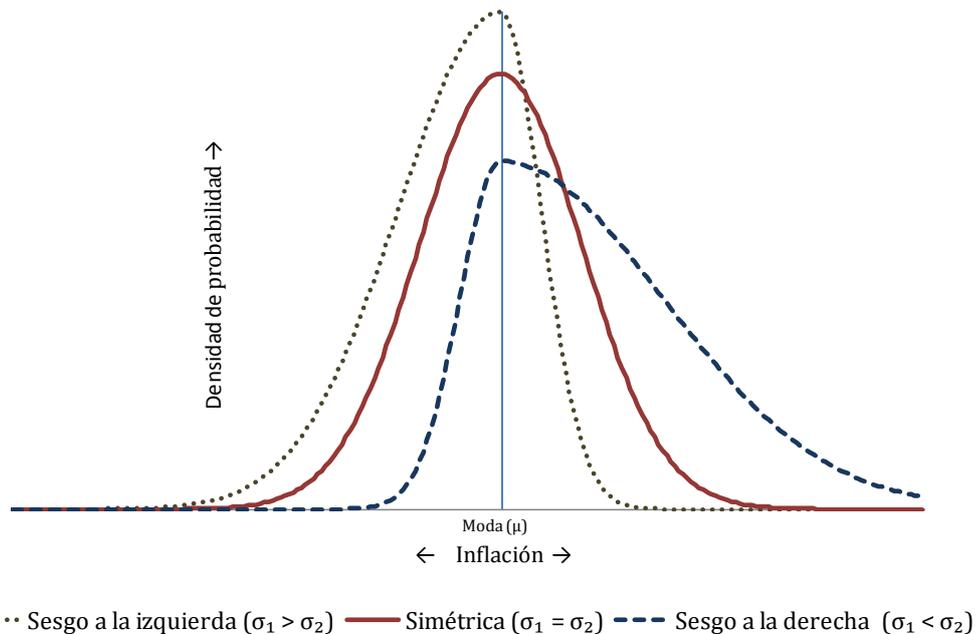
$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sigma^2}{1+\gamma}}$$

(5)

y donde $C = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (\sigma_1 + \sigma_2)^{-1}$.

De esta forma, la distribución normal de dos piezas está caracterizada por tres parámetros: la moda μ y dos medidas de desviación estándar, σ_1 para valores menores o iguales a la moda y σ_2 para valores superiores. Si $\sigma_1 > \sigma_2$ la distribución presenta un sesgo a la izquierda, es decir, $\Pr[x \leq \mu] > 0.5$, mientras que si $\sigma_1 < \sigma_2$ el sesgo es a la derecha. Si $\sigma_1 = \sigma_2$ la distribución colapsa a la normal. El gráfico 2 presenta tres posibles distribuciones normales de dos piezas: una con un sesgo hacia la derecha, otra con un sesgo hacia la izquierda y una tercera simétrica, que corresponde a la distribución normal usual.

Gráfico 2
Distribuciones normales de dos piezas



Adicionalmente, John (1982) muestra que el tercer momento central de la distribución, el sesgo, está definido por:

$$E[(x-\mu)^3] = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_2 - \sigma_1) \left[\left(\frac{4}{\pi} - 1 \right) (\sigma_2 - \sigma_1)^2 + \sigma_1 \sigma_2 \right]$$

El sesgo es proporcional a $\sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_2 - \sigma_1)$, por lo que Blix y Sellin (1998) utilizan

$$\xi = \tilde{\mu} - \mu = \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_2 - \sigma_1) \quad (6)$$

como indicador del grado de asimetría en la distribución, pues tiene la ventaja de corresponder a la diferencia exacta entre la media ($\tilde{\mu}$) y la moda (μ) de la distribución.

En resumen, para elaborar el gráfico de abanico es necesario conocer el sendero central para la inflación, μ_t^π , y sus desviaciones estándar $\sigma_{1,t}^\pi$ y $\sigma_{2,t}^\pi$. Dado que el sendero central es provisto por el MMPT o por la combinación de pronósticos, solo resta estimar las desviaciones estándar de la distribución de inflación. Esta tarea se expone en la sección 3.3.

3.3 La evaluación de la incertidumbre

Como se indicó en la sección 2, es necesario resumir las presiones percibidas sobre el pronóstico central de inflación en una sola medida del sesgo de su distribución. Esto significa agregar los distintos sesgos en las distribuciones de los factores en un único indicador del grado de asimetría en la distribución de los valores de la inflación a cada horizonte de pronóstico. Mediante este indicador es posible calcular las dos desviaciones estándar de la distribución normal de dos piezas descrita en la sección anterior.

La evaluación de incertidumbre que se explica en esta sección se realiza para los horizontes de 2, 4, 6 y 8 trimestres en el caso del MMPT y para horizontes de 1, 3, 6, 12 y 24 meses en el caso de los modelos de la combinación de pronósticos.

3.3.1 Incertidumbre histórica y balance de riesgos

Un primer paso para obtener una medida de la asimetría en la distribución de los pronósticos de los factores y de la proyección de inflación es calcular la desviación estándar para sus errores de pronóstico. Sin embargo, no se desea realizar una extrapolación automática de la incertidumbre histórica, por lo que estas desviaciones son ajustadas según el criterio de analistas para que reflejen su apreciación experta sobre la evolución de la volatilidad esperada de los pronósticos.

Así pues, tanto en el caso del MMPT como de los modelos de la combinación, la desviación estándar de los errores de pronóstico de cada factor X^i para los distintos horizontes de pronóstico h se calcula mediante:

$$\sigma_{t+h|t}^i = \omega_{t+h}^i \sigma^{i,h} \quad (7)$$

donde $\sigma^{i,h}$ es la desviación estándar histórica de los últimos n errores de pronóstico con horizonte h , y ω_{t+h}^i es un factor de ponderación mediante el cual se ajusta la incertidumbre histórica de acuerdo con la percepción de los analistas⁵. Si se considera que existen razones para que los pronósticos del factor i sea más variable que lo sugerido por la medida base, se tiene $\omega_{t+h}^i > 1$, de forma que se ajuste hacia arriba la desviación estándar histórica. Lo contrario ocurre si $\omega_{t+h}^i < 1$. La desviación estándar para los errores de pronóstico de la inflación π_t se calcula de manera análoga:

$$\sigma_{t+h|t}^\pi = \omega_{t+h}^\pi \sigma^{\pi,h} \quad (8)$$

Un segundo paso para obtener una medida del sesgo en la distribución de cada factor X^i es realizar una evaluación de los riesgos que afronta su pronóstico central. Tomando en cuenta toda la información disponible al momento de elaborar el gráfico de abanico, así como el criterio experto sobre la evolución futura de la variable, se asigna una probabilidad a que el verdadero valor de cada factor X^i sea menor o igual a su pronóstico μ_{t+h}^i para cada horizonte h :

$$p_{t+h}^i = \Pr \left[X_{t+h}^i \leq \mu_{t+h}^i \right] \quad (9)$$

Si $p_{t+h}^i = 0,5$ se considera que no existen presiones asimétricas sobre el pronóstico, es decir, se considera que la probabilidad de que el valor efectivo de la variable esté por debajo de su pronóstico en el período $t+h$ es igual a la de que esté por encima de él. Probabilidades superiores a 0,5 indicarían que se perciben presiones a la baja sobre el pronóstico, de forma que hacen más probable que los valores efectivos difieran hacia abajo de ese sendero central. Probabilidades inferiores a 0,5, en consecuencia, indican que las presiones sobre el pronóstico son al alza.

⁵ En el caso del pronóstico del MMPT, $n = 32$ trimestres, mientras que para los pronósticos de la combinación n se encuentra entre 20 y 48 meses, dependiendo del horizonte h para el que se calculasen los pronósticos.

3.3.2 Cálculo de desviaciones estándar para la distribución de la inflación

Una vez que se cuenta con los valores de $\sigma_{t+h|t}^i$ y de p_{t+h}^i es posible calcular un indicador del sesgo de la distribución para cada factor X^i , que luego será agregado en un indicador del sesgo de la distribución de la inflación. Ese indicador agregado se utilizará para obtener las desviaciones estándar de la distribución normal de dos piezas para la inflación.

Blix y Sellin (1998) demuestran que es posible calcular las desviaciones estándar de la distribución normal de dos piezas para cada factor a partir de p_{t+h}^i y del valor de la desviación estándar ajustada del factor. Para el caso de Costa Rica, se utiliza la siguiente versión del resultado de Blix y Sellin:

$$\sigma_{1,t+h}^i = \omega_{t+h}^i \sigma^{i,h} \left[\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \left(\frac{1 - 2p_{t+h}^i}{p_{t+h}^i}\right)^2 + \left(\frac{1 - p_{t+h}^i}{p_{t+h}^i}\right) \right]^{-1/2}$$

$$\sigma_{2,t+h}^i = \omega_{t+h}^i \sigma^{i,h} \left[\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \left(\frac{1 - 2p_{t+h}^i}{1 - p_{t+h}^i}\right)^2 + \left(\frac{p_{t+h}^i}{1 - p_{t+h}^i}\right) \right]^{-1/2}$$
(10)

donde en vez de la desviación estándar ajustada del factor se usa $\omega_{t+h}^i \sigma^{i,h}$, la desviación estándar de su error de pronóstico ajustado.

Utilizando los resultados de (10) se calcula el sesgo individual de la distribución de cada factor mediante la fórmula (6):

$$\xi_{t+h}^i = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (\sigma_{2,t+h}^i - \sigma_{1,t+h}^i)$$
(11)

Nótese que si $p_{t+h}^i = 0,5$ ambas desviaciones estándar son iguales a $\omega_{t+h}^i \sigma^{i,h}$ y el sesgo para el factor se vuelve cero.

Ahora bien, ¿cómo agregar estos sesgos individuales en una única medida ξ_t^π del sesgo de la distribución de la inflación? Como se ha indicado, para ello se debe tomar en cuenta la influencia relativa de cada factor en el comportamiento de la inflación en cada uno de los modelos de pronóstico. La idea es asegurar que el efecto de cada sesgo individual sobre el sesgo total dependa de la dirección y magnitud con que la inflación responde a cambios en el factor. Con ese fin, se utilizan como ponderadores los valores resultantes de una función de impulso respuesta para la inflación en cada modelo, siguiendo el método

sugerido por Julio (2007). Sea ϕ_h^i la respuesta de la inflación a un impulso de una unidad dado h períodos antes sobre el i -ésimo factor, la cual resulta del modelo de pronóstico utilizado para generar μ_t^π . La respuesta del sesgo de la inflación a los sesgos de cada factor se calcula mediante el procedimiento detallado en el cuadro 1.

Cuadro 1
Agregación de los sesgos de los factores en el sesgo de la inflación

h	<i>Factor 1</i>	<i>Factor 2</i>	...	<i>Factor m</i>	<i>Agregado</i> (ξ_t^π)
1	$\phi_0^1 \xi_1^1$	$\phi_0^2 \xi_1^2$...	$\phi_0^m \xi_1^m$	$\sum_{i=1}^m \phi_0^i \xi_1^i$
2	$\phi_0^1 \xi_2^1 + \phi_0^1 \xi_1^1$	$\phi_0^2 \xi_2^2 + \phi_0^1 \xi_1^2$...	$\phi_0^m \xi_2^m + \phi_0^1 \xi_1^m$	$\sum_{i=1}^m \phi_0^i \xi_2^i + \phi_0^i \xi_1^i$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
h	$\sum_{j=0}^{h-1} \phi_j^1 \xi_{h-j}^1$	$\sum_{j=0}^{h-1} \phi_j^2 \xi_{h-j}^2$...	$\sum_{j=0}^{h-1} \phi_j^m \xi_{h-j}^m$	$\sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{h-1} \phi_j^i \xi_{h-j}^i$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
H	$\sum_{j=0}^{H-1} \phi_j^1 \xi_{H-j}^1$	$\sum_{j=0}^{H-1} \phi_j^2 \xi_{H-j}^2$...	$\sum_{j=0}^{H-1} \phi_j^m \xi_{H-j}^m$	$\sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{H-1} \phi_j^i \xi_{H-j}^i$

FUENTE: Julio (2007)

En el cuadro, H es el máximo horizonte de pronóstico para cada modelo (24 en el caso de los modelos de la combinación, y 8 en el caso del MMPT). De nuevo debe resaltarse que si se considera que los riesgos sobre algún factor son balanceados ($p_{t+h}^i = 0.5$) el sesgo para ese factor es cero y, como se infiere del cuadro 1, no entrará en el cálculo del sesgo para la inflación.

Ahora, nótese que de acuerdo con las ecuaciones (5) y (6), el sesgo de la inflación puede expresarse como:

$$\xi_{t+h}^\pi = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\sqrt{\frac{(\sigma_{t+h}^\pi)^2}{1 + \gamma_{t+h}}} - \sqrt{\frac{(\sigma_{t+h}^\pi)^2}{1 - \gamma_{t+h}}} \right) \quad (12)$$

Dado que el valor de σ_{t+h}^π ya se ha aproximado, esta ecuación puede resolverse para γ de la siguiente forma:

$$\gamma_{t+h} = \begin{cases} -\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{1 + 2\beta_{t+h}} - 1}{\beta_{t+h}} \right)^2} & \text{si } \xi_{t+h}^\pi > 0 \\ \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{1 + 2\beta_{t+h}} - 1}{\beta_{t+h}} \right)^2} & \text{si } \xi_{t+h}^\pi < 0 \end{cases} \quad (13)$$

donde $\beta_{t+h} = \frac{\pi}{2(\sigma_{t+h}^\pi)^2} (\xi_{t+h}^\pi)^2$.

Finalmente, sustituyendo en la ecuación (5) los valores calculados mediante (13) es posible obtener los valores de las desviaciones estándar para la distribución de la inflación a cada horizonte de pronóstico, $\sigma_{1,t+h}^\pi$ y $\sigma_{2,t+h}^\pi$.

3.4 Cálculo de bandas de confianza

Una vez que se cuenta con la moda μ_{t+h}^π y con las desviaciones estándar para la inflación a cada horizonte de pronóstico para el que se realizó el ejercicio de evaluación de incertidumbre, es posible calcular los valores de los percentiles de su distribución para los niveles de confianza deseados, los cuales delimitarán las bandas de confianza del gráfico de abanico.

John (1982) muestra que la probabilidad de que una variable que se distribuye mediante la normal de dos piezas esté entre dos valores L_1 y L_2 está dada por:

$$\Pr[L_1 \leq x \leq L_2] = \int_{L_1}^{L_2} f(x, \mu, \sigma_1, \sigma_2) dx = \begin{cases} \frac{2\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\Phi\left(\frac{L_2 - \mu}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{L_1 - \mu}{\sigma_1}\right) \right] & \text{si } L_1 < L_2 \leq \mu \\ \frac{2\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\Phi\left(\frac{L_2 - \mu}{\sigma_2}\right) - \Phi\left(\frac{L_1 - \mu}{\sigma_2}\right) \right] & \text{si } \mu \leq L_1 < L_2 \\ \frac{2}{\sigma_1 + \sigma_2} \left[\sigma_2 \Phi\left(\frac{L_2 - \mu}{\sigma_2}\right) - \sigma_1 \Phi\left(\frac{L_1 - \mu}{\sigma_1}\right) + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right) \right] & \text{si } L_1 \leq \mu < L_2 \end{cases} \quad (14)$$

donde $\Phi(\cdot)$ es la función normal estándar acumulativa. Nótese que el balance de riesgos, es decir, la probabilidad de que la variable esté por debajo de su moda, viene dado por

$$p = \Pr[x \leq \mu] = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2}.$$

Ahora, el α -ésimo percentil de una distribución es una constante q tal que $\Pr[x \leq q] = \alpha$. Julio (2007) indica, partiendo (14), que los percentiles de la distribución normal de dos piezas se pueden obtener mediante:

$$q = \begin{cases} \mu + \sigma_1 \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{C\sqrt{2\pi}\sigma_1}\right) & \text{para } \alpha \leq p = \Pr[x \leq \mu] \\ \mu + \sigma_2 \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha + C\sqrt{2\pi}\sigma_2 - 1}{C\sqrt{2\pi}\sigma_2}\right) & \text{para } \alpha > p = \Pr[x \leq \mu] \end{cases} \quad (15)$$

De esta manera, por medio de (15) se calculan los percentiles q_{t+h}^π para el pronóstico de inflación μ_{t+h}^π a cada horizonte h . Sin embargo, es necesario interpolar estos valores para los períodos intermedios entre dichos horizontes. Se decidió adoptar el método sugerido por Blix y Sellin (1999) para obtener esos valores, que consiste en ajustar los valores pasados de la banda mediante un factor que asegure que los valores interpolados permanecerán dentro de los límites establecidos por valores de la banda en los horizontes a partir de los cuales se interpola⁶. De esta manera, el método de interpolación utilizado para obtener los valores de las bandas superiores e inferiores está descrito por:

$$q_{t+s} = \mu_{t+s} + (q_{t+s-1} - \mu_{t+s-1}) \left(\frac{q_{t+h_1} - \mu_{t+h_1}}{q_{t+h_0} - \mu_{t+h_0}} \right)^{1/p} \quad \text{para } q_{t+s} > \mu_{t+s} \quad (16)$$

$$q_{t+s} = \mu_{t+s} - (\mu_{t+s-1} - q_{t+s-1}) \left(\frac{\mu_{t+h_1} - q_{t+h_1}}{\mu_{t+h_0} - q_{t+h_0}} \right)^{1/p} \quad \text{para } q_{t+s} < \mu_{t+s}$$

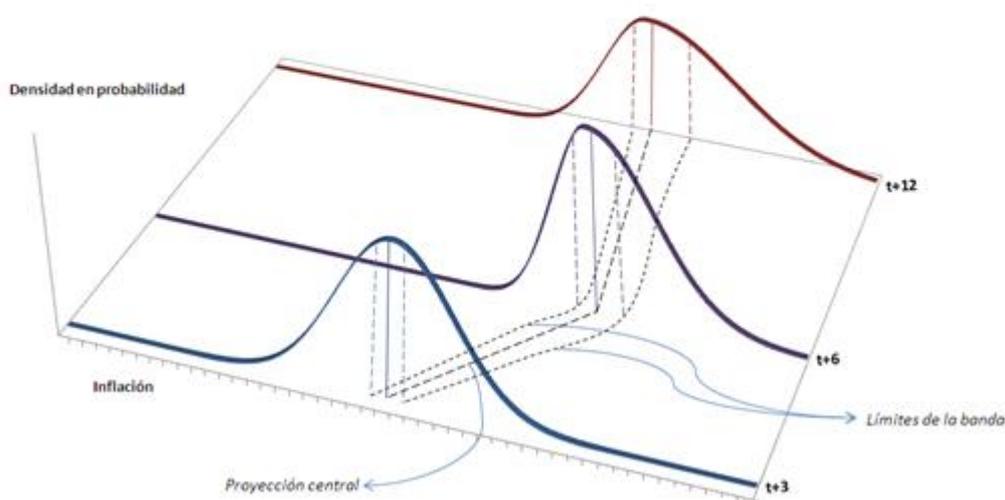
donde h_0 y h_1 corresponden a los horizontes de pronóstico que delimitan los períodos para los que se debe interpolar los valores de la banda y $t+s$ indica el período para el que se realiza la interpolación, de forma que $h_0 < s < h_1$ y $p = h_1 - h_0$. Básicamente, la interpolación consiste en sumar o restar al sendero central la diferencia ajustada entre el valor de la banda y el sendero central en el período anterior. El factor de ajuste corresponde a una distribución de la tasa de crecimiento de dicha diferencia entre los

⁶ Para la interpolación de los valores de las bandas en períodos ubicados entre dic-1999 y dic-2000, los autores indican: *El intervalo de tiempo entre las cifras para diciembre de 1999 y diciembre de 2000 es interpolado para producir el gráfico de abanico. Esto se logra ajustando mensualmente hacia arriba los intervalos mediante un factor dado. El factor debe escogerse de forma que el valor ajustado se ubique entre los límites del intervalo para diciembre de 1999 y diciembre de 2000, respectivamente.* (Blix y Sellin, 1999, p23, traducción del autor)

horizontes de pronóstico h_0 y h_1 , de acuerdo con el número de períodos para el que deba realizarse la interpolación⁷.

La elaboración de las líneas que delimitan una banda de confianza alrededor del sendero central se ilustra en el gráfico 3.

Gráfico 3
Construcción de una banda de confianza



Una vez que se ha calculado los valores que delimitan las bandas para distintos niveles de confianza, solo resta su representación gráfica conjunta, que se ilustra con el gráfico 1. La banda central, con el tono más oscuro, incluye al pronóstico central del modelo. Se considera que existe una probabilidad de 10% de que la inflación esté dentro de ella en cualquiera de los períodos del ejercicio de proyección. Al añadir el siguiente par de bandas de tono más oscuro, la probabilidad de que la inflación efectiva se ubique entre los límites definidos por este nuevo par es de 20%, y así sucesivamente con cada par de bandas hasta llegar a las bandas exteriores, con las que se llega al 90% de probabilidad⁸.

⁷ El autor agradece a Peter Sellin su ayuda al ejemplificar la forma en que el Banco de Suecia ha interpolado los valores de las bandas de confianza para los gráficos de abanico que ha publicado.

⁸ El Departamento de Investigación Económica ha elaborado herramientas en Visual Basic para Microsoft Excel que permiten la construcción de gráficos de abanico para la inflación proyectada por el MMPT, por la combinación de pronósticos y por los modelos integrantes de esa combinación. El desarrollo de la herramienta fue iniciado por José Fabio Gómez, del Departamento de Matemática y Economía, Technische Universität Darmstadt, y finalizado por el autor.

Así mismo, el gráfico permite mostrar de una forma concisa la evolución del balance de riesgos que realiza el Banco Central para el pronóstico. Por ejemplo, si el ancho de las bandas inferiores se va incrementando con respecto al de las superiores, eso permite inferir que los riesgos sobre el pronóstico se concentran a la baja de forma cada vez más importante.

Debe destacarse que en el caso de los modelos que integran la combinación de pronósticos de inflación se genera un conjunto de bandas de confianza para cada pronóstico individual, los cuales luego se transforman en un solo conjunto mediante los pesos ψ_j con que se realiza la combinación de los pronósticos. Este procedimiento posibilita la elaboración de gráficos de abanico para los pronósticos de los modelos individuales.

Finalmente, la parametrización obtenida para la distribución de probabilidad de la inflación en cada horizonte permite calcular probabilidades de ocurrencia de la inflación para diferentes rangos de presentación.

4 Consideraciones finales

El cálculo de bandas de confianza simétricas alrededor de los pronósticos ignora el hecho de que las presiones al alza o a la baja que afronta podrían ser de diferente magnitud. El desarrollo de gráficos de abanico con bandas asimétricas responde a la conveniencia de comunicar esa posibilidad. Si bien este documento se centra en la elaboración de un gráfico de abanico para la inflación, la técnica puede aplicarse a pronósticos para cualquier variable para la que el ejercicio de valoración de incertidumbre sea factible.

El objetivo de los gráficos de abanico con bandas asimétricas es proveer la evaluación más completa que realiza el Banco Central de las presiones que afrontan sus pronósticos. Esta práctica aumenta la transparencia en la presentación de información, pues incorpora juicio experto sobre la posible evolución futura de la variable pronosticada y hace explícita la naturaleza probabilística de todo ejercicio de pronóstico. Otra ventaja de esta herramienta es que incrementa la flexibilidad para ajustar las proyecciones al desarrollo de acontecimientos en el entorno doméstico o externo. Además, promueve la discusión sobre las probables presiones que afectarían a la variable proyectada, lo que ayudaría al mejor entendimiento del proceso de pronóstico y de la formulación de la política monetaria.

5 Bibliografía

- BCCR (2010). Informe de Inflación mayo 2010. San José: Banco Central de Costa Rica.
- Blix, Mårten y Sellin, Peter (1998). *Uncertainty Bands for Inflation Forecasts* (serie Working Papers No 65). Estocolmo: Sveriges Riksbank.
- Blix, Mårten y Sellin, Peter (1999). Inflation Forecasts with Uncertainty Intervals. *Quarterly Review* (Riksbank), 2, pp 12-28.
- Britton, Erik; Fisher, Paul and Whitley, John (1998). The Inflation Report Projections: Understanding the Fan Chart. *Bank of England Quarterly Bulletin*, febrero, pp 30-36.
- Hoffmaister, Alexander; Saborío, Gabriela; Solano, Ivannia y Solera, Álvaro (2001). *Combinación de las proyecciones de inflación* (Nota de Investigación No 01-01). San José: División Económica, Banco Central de Costa Rica.
- John, Sleeba (1982). The Three-Parameter Two-Piece Normal Family of Distributions and its Fitting. *Communications in Statistical Theory and Methods*, 11(8), pp 879-885.
- Julio, Juan Manuel (2007). *The Fan Chart: the Technical Details of the New Implementation* (Borradores de Economía No. 468). Bogotá, Colombia: Banco de la República.
- Mora, Carlos y Rodríguez, Adolfo (2009). *Combinación de proyecciones de inflación: nuevas metodologías* (Documento de Investigación DEC-DIE-010-2009). San José: Departamento de Investigación Económica, Banco Central de Costa Rica.
- Muñoz, Evelyn y Tenorio, Edwin (2008) *El Modelo Macroeconómico de Proyección Trimestral del Banco Central de Costa Rica en la transición a la flexibilidad del tipo de cambio* (Documento de Investigación DIE-08-2008-DI). San José: Departamento de Investigación Económica, Banco Central de Costa Rica.
- Rodríguez, Adolfo (2009). *Evaluación del modelo lineal de pass-through para la proyección de inflación dentro del régimen de banda cambiaria* (Documento de Investigación DEC-DIE-044-2009). San José: Departamento de Investigación Económica, Banco Central de Costa Rica.

6 Anexos

Anexo 6.1

Estructura básica del Modelo Macroeconómico de Proyección Trimestral (MMPT) del Banco Central de Costa Rica

El modelo consta de cinco ecuaciones. De acuerdo con Muñoz y Tenorio (2008), su especificación es la siguiente:

- a. Una curva de Phillips de tipo neokeynesiano :

$$\pi_t = E\pi_{t+1} + \alpha y_{t-i}^b$$

donde

- π_t : tasa de inflación
 $E\pi_{t+1}$: expectativa de inflación para t+1
 y^b : brecha de producto

- b. Una ecuación de expectativas de inflación :

$$E_t\pi_{t+i} = \beta_1\pi_{t+i}^{M_t} + \beta_2(\pi_{t-i} - \pi_{t-i}^{M_{t-i-1}}) + \beta_3\pi_t^{*\phi}$$

donde

- $E_t\pi_{t+i}$: expectativa en t de tasa de inflación en t+i
 $\pi_{t+i}^{M_t}$: meta de inflación para t+i
 $\pi_t^{*\phi}$: inflación importada
 $(\pi_{t-i} - \pi_{t-i}^{M_{t-i-1}})$: cumplimiento de la meta de inflación en el pasado reciente

- c. La curva de equilibrio en el mercado de bienes y servicios (IS):

$$y_t^b = \delta_1 r_{t-i}^b + \delta_2 q_{t-i}^b + \delta_3 t_{t-i}^b + \delta_4 y_{t-i}^{*b} + \delta_5 r_{t-i}^{*b} + \delta_6 g_{t-i}$$

donde

- r^b : brecha de tasa de interés real
 q^b : brecha de tipo de cambio real
 t^b : brecha de términos de intercambio
 y^{*b} : brecha de producto de principales socios comerciales
 r_{t-i}^{*b} : brecha de tasa de interés internacional
 g_{t-i} : resultado primario del sector público reducido (porcentaje del producto)

d. Una regla de política monetaria prospectiva:

$$R_t = \theta R_{t-i} + (1-\theta) \left\{ r_0 + E\pi_{t+i} + (\hat{\pi}_{t+i} - \pi_{t+i}^{M_t}) \right\}$$

donde

R_t : tasa de interés nominal

r_0 : tasa de interés real neutral de la economía

$E\pi_{t+i}$: expectativa de inflación

$(\hat{\pi}_{t+i} - \pi_{t+i}^{M_t})$: desvío de la inflación proyectada con respecto a la inflación meta

e. Una expresión para la paridad descubierta de tasas de interés real:

$$r_t = r_t^* + E_t \left(\dot{q}_{t+i} \right) + \rho_t$$

donde

r_t^* : tasa de interés real externa

$E_t \left(\dot{q}_{t+i} \right)$: expectativa de variación del tipo de cambio real

ρ_t : premio por riesgo país

Anexo 6.2

Especificación de los modelos utilizados en la combinación de pronósticos de inflación del BCCR

Modelo	Descripción
Univariable (ARMA)	$DLIPC_t = \beta_0 + \beta_1 DLTC_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t$
Pass-Through (PT)	$DLIPC_t = \beta_0 + \beta_1 DLTC_{t-4} + \beta_2 q^b_{t-4} + \beta_3 Y^b_{t-3} + \beta_4 DLIPC_{t-1} + \beta_5 aper_{t-3} + \hat{\varepsilon}_t$
Títulos fiscales (TF)	$DLIPC_t = \beta_0 + \beta_1 DLIPC_{t-1} + \beta_2 DLIPC_{t-2} + \beta_3 DLIPC_{t-3} + \beta_4 TF_{t-2} + \beta_5 TF_{t-3} + \hat{\varepsilon}_t$
VAR mecanismos transmisión	Variables endógenas: <i>DLIPC, i, DLIMAE, DLTC, DLCPRI</i> Rezagos incluidos: 1,2,3,5 Variables exógenas: <i>DLIPPUSA, TBILL, dummy</i>
VAR precios petróleo	Variables endógenas: <i>DLIPC, i, DLIMAE, DLTC</i> Rezagos incluidos: 1,2,3,5 Variables exógenas: <i>DLPOIL, DLPCOMB, tendencia lineal, dummy</i>
Ingenuo	$DLIPC_t = DLIPC_{t-1}$
Variables	
<i>DLIPC</i> : variación interanual del Índice de Precios al Consumidor*	
<i>DLTC</i> : variación interanual del Tipo de Cambio de Referencia promedio compra-venta*	
q^b : desalineamiento del Tipo de Cambio Real respecto a su valor de largo plazo	
Y^b : brecha del Producto Interno Bruto real respecto a su crecimiento potencial	
<i>aper</i> : grado de apertura comercial del país	
<i>TF</i> : variación interanual del saldo mensual de Títulos de Propiedad del Gobierno Central, valor transado	
<i>i</i> : tasa de interés de política monetaria (captación del BCCR a 30 días)	
<i>DLIMAE</i> : variación interanual del Índice Mensual de Actividad Económica	
<i>DLCPRI</i> : variación interanual del Crédito al sector privado	
<i>DLPOIL</i> : variación interanual del precio de petróleo en dólares	
<i>DLCOMB</i> : variación interanual del precio doméstico de los combustibles	
<i>DLIPPUSA</i> : tasa de crecimiento interanual del índice de precios al productor de EEUU	
<i>TBILL</i> : tasa de interés de los Bonos del Tesoro Americano a 90 días plazo	

* Variación semestral en Modelo de Pass-Through

FUENTE: Mora y Rodríguez (2009)