



COMBINACIÓN DE PROYECCIONES DE INFLACIÓN: NUEVAS METODOLOGÍAS

Carlos Mora Gómez
Adolfo Rodríguez

División Económica
Departamento de Investigación Económica
DEC-DIE-010-2009, marzo 2009



Tabla de contenido

Resumen	1
Abstract.....	1
1. Introducción	2
2. Marco teórico.....	3
2.1 Características de los pronósticos	3
2.2 Métodos de combinación de pronósticos para series estacionarias	5
2.3 Métodos de combinación de pronósticos para series no estacionarias	6
2.4 Métodos de combinación de pronósticos en presencia de cambios estructurales....	7
3. Metodología	11
4. Análisis de resultados.....	11
4.1 Pruebas de raíz unitaria y propiedades de los pronósticos.....	12
4.2 Resultados de las combinaciones de pronósticos.....	14
5. Consideraciones finales	16
6. Referencias bibliográficas	18
7. Anexos.....	22
Anexo 1. Modelos de pronóstico de inflación	22
Anexo2. Pruebas de raíz unitaria	23
Anexo 3. Errores de pronóstico	24
Anexo 4. Pruebas de los pronósticos	26
Anexo 5. Evaluación de Pronósticos	35
Anexo 6. Pruebas de Granger y Newbold.....	37

COMBINACIÓN DE PROYECCIONES DE INFLACIÓN: NUEVAS METODOLOGÍAS

Resumen

En el año 2001 el Banco Central de Costa Rica desarrolló una combinación de proyecciones de inflación que constituye la base de las proyecciones que se discuten en el Informe de Inflación y con la cual se da seguimiento mensual a la proyección pasiva. Los modelos individuales de proyección que se utilizan fueron validados en el año 2008, por lo que, partiendo de dichos modelos revisados, este documento se concentra en la evaluación de metodologías alternativas de combinación, incluyendo las que consideran la posibilidad de cambio estructural. Para el período junio 1996-octubre 2008, se calcularon pronósticos dinámicos para los modelos Univariable de Inflación, Vector Autorregresivo Lineal de Mecanismos de Transmisión de la Política Monetaria, Impacto de los Precios del Petróleo en Costa Rica, Títulos Fiscales, Pass Through del Tipo de Cambio en Costa Rica e Ingenuo. Estos pronósticos se combinaron mediante las técnicas de mínimos cuadrados ponderados, estado-espacio y de transición suave. En general, estas metodologías permitieron reducir el error de pronóstico con respecto a los modelos individuales y a la combinación original. El método de mínimos cuadrados ponderados con la técnica de Hallman y Kamstra aplicada para el horizonte de 3 meses permitió una reducción del error de pronóstico con ponderaciones positivas. Para horizontes de 6, 12 y 24 meses no se encontraron combinaciones que redujeron el error de pronóstico e incluyeran solo ponderaciones positivas.

Abstract

In 2001 the Central Bank of Costa Rica developed a combination of inflation forecasts which constitutes the basis for the forecasts discussed in the Inflation Report, and which is the main tool for monthly passive forecasting. The individual forecast models were revised in 2008. Using these revisions as a starting point, this document focuses in assessing the performance of alternative methodologies for combination, including those which allow for the possibility of structural change. For the period June 1996 – October 2008, dynamic forecasts were calculated using the six forecast models developed by the Central Bank of Costa Rica. These forecasts were combined through weighted least squares, state-space and smooth transition methods. In general, these techniques resulted in a reduction of the forecast error in comparison with the original models and the current optimal combination. Applying weighted least squares to the Hallman and Kamstra framework for a horizon of 3 months allowed for a reduction in the forecast error while maintaining all weights positive. For horizons of 6, 12 and 24 months it was not possible to obtain a combination that reduced forecast errors and that included only positive weights.

Clasificación JEL: C53, E37

Palabras claves: combinación de pronósticos, inflación, cambio estructural, mínimos cuadrados ponderados, modelos estado-espacio, modelos de transición suave, inclusión de pronósticos.

1. Introducción

Ante la decisión de la Junta Directiva del Banco Central de Costa Rica (BCCR) de migrar a un régimen monetario de Meta Explícita de Inflación, los pronósticos de inflación cada vez juegan un papel más importante en la programación macroeconómica del BCCR. Para darle seguimiento a la efectividad de su política, contrastando la evolución de la inflación en el corto y mediano plazo con el nivel meta anunciado, el BCCR realiza pronósticos mediante una batería de modelos. En la actualidad, los modelos utilizados para tal fin son: Modelo Univariable de Inflación, Modelo Vector Autorregresivo Lineal de Mecanismos de Transmisión de la Política Monetaria, Modelo Impacto de los Precios del Petróleo en Costa Rica, Modelo de Títulos Fiscales, Modelo de Pass Through del Tipo de Cambio en Costa Rica y Modelo Ingenuo. La especificación y estimación de estos modelos individuales de pronóstico son revisadas periódicamente.

La literatura económica ha demostrado, en general, que es mejor usar una mezcla de los pronósticos en vez de uno solo de ellos (Bates y Granger, 1969). Para este fin, la División Económica dispone de un método de combinación lineal de pronósticos de inflación que incorpora la información de los diferentes modelos y produce un nuevo y mejor pronóstico (Hoffmaister et. al, 2001).

En vista de que la combinación utilizada en el BCCR ha estado vigente durante cerca de 7 años y que la revisión más reciente de los modelos de pronóstico individual se realizó en 2008, es necesario considerar una actualización de la combinación de proyecciones de inflación.

Para que una combinación tenga un buen desempeño en términos de precisión es necesario un comportamiento adecuado de los errores de pronóstico de cada uno de los modelos utilizados, así como de la serie a pronosticar. Además, es deseable que se tome en consideración la posibilidad de cambios estructurales en los datos utilizados.

Para el período comprendido de 1991 a 2008, el promedio de la inflación interanual para Costa Rica se ubica en 13.5%. Durante ese lapso es posible identificar subperíodos en los que la evolución de esta variable muestra cambios. Tras el período 1991-1995, en el que hubo una inflación promedio superior a 18%, el nivel de inflación interanual mostró una tendencia a la baja entre 1996 y principios de 1998. Luego permaneció relativamente estable en alrededor de 10% hasta 2003, cuando empezó a repuntar nuevamente. Para el período 2004-2008 el promedio para el nivel de inflación se ubicó en 12.3%.

En este contexto, es recomendable evaluar la conveniencia de aplicar metodologías alternativas de combinación de proyecciones para el caso de la inflación que consideren posibles cambios estructurales y que permitan una mayor precisión del pronóstico que produce la combinación, en comparación con los resultados de la técnica utilizada actualmente.

A continuación se describe la estructura del resto de este trabajo. En la sección 2 se define algunas propiedades de los pronósticos que son de interés a la hora de realizar combinaciones, se expone varias pruebas para verificar la presencia de dichas propiedades y se explica en detalle una serie de métodos de combinación de pronósticos. La sección 3 resume los aspectos metodológicos del cálculo de los pronósticos, así como de la implementación de los métodos de combinación. La sección 4 presenta un análisis de los resultados y en la sección 5 se ofrecen algunas consideraciones y recomendaciones finales¹.

2. Marco teórico

Los trabajos iniciales de Barnard (1963) y de Bates y Granger (1969) comprobaron que la combinación de pronósticos de una variable económica es mejor que los pronósticos individuales en términos del error cuadrático medio resultante. La evidencia de estos y otros autores promovió la investigación sobre diferentes técnicas de combinación de pronósticos. De esta forma, se pueden encontrar metodologías simples, como las basadas en modelos de regresión simple, hasta técnicas más elaboradas, para series no estacionarias, de modelos no lineales o de redes neuronales.

Al escoger los métodos de combinación que van a ser utilizados es importante que los pronósticos cumplan ciertas características. El insesgamiento y la eficiencia de los pronósticos, en particular, son de gran importancia en la elección del método a combinar. Además, para que una proyección se considere óptima para formar parte de una combinación, sus errores de pronóstico deben tener media cero, ser ruido blanco y distribuirse normalmente. Otros autores, señalan además que no debe existir cambios estructurales en el comportamiento de los datos (Melo y Nuñez, 2004).

2.1 Características de los pronósticos

La prueba más utilizada para verificar el insesgamiento de una serie de pronósticos de la variable y_t , consiste en estimar la siguiente ecuación (Holden y Peel, 1989):

$$(2.1) \quad y_t = \alpha + \beta f_t^j + \mu_t$$

donde f_t^j es el pronóstico del j -ésimo modelo, α y β son constantes y μ_t es un término de error. La característica de insesgamiento se comprueba si no se rechaza la hipótesis conjunta $\alpha = 0$ y $\beta = 1$.

¹ Es importante mencionar que el código fuente de los programas utilizados en este estudio se documentaron en Mora y Rodríguez, 2009. (DEC-DIE-003-2009)

Para el caso de series no estacionarias, Holden y Peel, op. cit., sugieren basar la prueba en la ecuación:

$$(2.2) \quad y_t - f_t^j = \alpha + \mu_t$$

Si la hipótesis $\alpha = 0$ no puede rechazarse, se concluiría que el pronóstico es insesgado. Además, si u_t no está serialmente correlacionado, el pronóstico es débilmente eficiente.

Para que la combinación de diferentes proyecciones sea eficiente se debe verificar la hipótesis de que alguno de los pronósticos domina a los demás. En este caso, eficiencia de un pronóstico significa que utiliza toda la información disponible y ningún modelo que utilice la misma información es más preciso. Cuando un pronóstico incorpora toda la información relevante de otros modelos de pronóstico, se dice que ese modelo los “abarca” o “incluye”².

Las pruebas de inclusión de pronósticos permiten establecer si determinado pronóstico incorpora toda la información relevante de los pronósticos que provienen de modelos alternativos. En el caso de la prueba *HLN* de Harvey, Leybourne y Newbold³, para los pronósticos rivales f_t^1 y f_t^2 , primero se define

$$(2.3) \quad d_t = (e_t^1 - e_t^2)e_t^1$$

donde e_t^1 y e_t^2 son, respectivamente, el error de pronóstico “ τ pasos adelante” del pronóstico f_t^1 y del pronóstico f_t^2 . Bajo la hipótesis nula de que el modelo 1 abarca al modelo 2 se tiene que $E(d_t) = 0$. La prueba se basa en la media muestral, dada por $\bar{d} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_t$. Si se asume que d_t es estacionaria en covarianza, el estadístico *HLN* se distribuye asintóticamente mediante una normal estándar:

$$(2.4) \quad \text{HLN} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\hat{V}(\bar{d})}} \sim N(0,1)$$

La expresión $\hat{V}(\bar{d})$ es un estimador consistente de la variancia asintótica de \bar{d} y está dada por

$$(2.5) \quad \hat{V}(\bar{d}) \approx \frac{1}{T} (\gamma_0 + \sum_{i=1}^{\tau-1} \gamma_i)$$

donde se ha supuesto que los pronósticos τ pasos adelante muestran dependencia hasta el orden $\tau - 1$. Es necesario estimar cada i -ésima autocovarianza de \bar{d} , mediante $\hat{\gamma}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=i+1}^T (d_t - \bar{d})(d_{t-i} - \bar{d})$.

² Del inglés, “to encompass”.

³ Referida en Kışınbay, T. (2007)

La prueba de Chong y Hendry (1986), para establecer si determinado pronóstico incorpora toda la información de otros pronósticos, supone una regresión de la forma:

$$(2.6) \quad y_{t+n} = \beta_1 f_{t,n}^1 + \beta_2 f_{t,n}^2 + \varepsilon_{t+n}$$

donde $f_{t,n}^i$ es el pronóstico i para el período $t+n$ hecho en el período t . Si el vector $(\beta_1, \beta_2) = (1, 0)$, no se rechaza la hipótesis que el pronóstico 1 incorpora al 2. Por su parte, si $(\beta_1, \beta_2) = (0, 1)$, entonces no se rechaza la hipótesis de que el modelo 2 incorpora al modelo 1. Para cualquier otro valor de (β_1, β_2) , se concluye que ningún modelo incorpora al otro, y por lo tanto ambos pronósticos contienen información útil sobre la variable y_{t+n} .

Cuando las series son integradas de orden uno, se estima la regresión

$$(2.7) \quad (y_{t+n} - y_t) = \beta_1 (f_{t,n}^1 - y_t) + \beta_2 (f_{t,n}^2 - y_t) + \varepsilon_t$$

La verificación de la existencia de los vectores $(1, 0)$ ó $(0, 1)$ indican que un pronóstico incorpora a otro.

Por su parte, Fair y Shiller (1989) proponen estimar la siguiente regresión, basada en pronósticos para s períodos adelante:

$$(2.8) \quad y_t - y_{t-s} = \beta_0 + \beta_1 (f_t^1 - y_{t-s}) + \beta_2 (f_t^2 - y_{t-s}) + u_t$$

Aquí f_t^i representa el pronóstico i para el período t , hecho en el período $t-s$. Las y indican los valores verdaderos de la variable pronosticada. Si $\beta_1 \neq 0$ y $\beta_2 = 0$, toda la información del modelo 2 está contenida en el modelo 1 y por ende el modelo 1 abarca al 2. Una conclusión análoga se sigue de $\beta_1 = 0$ y $\beta_2 \neq 0$. Si ambos parámetros difieren significativamente de 0, no puede decirse que algún modelo abarque al otro.

2.2 Métodos de combinación de pronósticos para series estacionarias

Para proyectar la serie estacionaria y_t mediante una combinación de pronósticos de K modelos, un primer paso es determinar las ponderaciones óptimas de los K pronósticos. Bates y Granger, op. cit. Señalan que si los pronósticos son insesgados, entonces la combinación:

$$(2.9) \quad y_t = \beta_1 f_t^1 + \beta_2 f_t^2 + \dots + \beta_K f_t^K$$

produce un pronóstico insesgado que posee un error cuadrático medio menor al de los pronósticos individuales, si se cumple que la suma de las ponderaciones es unitaria ($\beta_1 +$

$\beta_2 + \dots + \beta_K = 1$). Estas ponderaciones son calculadas mediante mínimos cuadrados restringidos, no obstante, en la práctica no se puede asegurar que todos los pronósticos individuales sean insesgados.

Ante la dificultad de cumplir con la característica de insesgamiento de todas las series de pronósticos, Granger y Ramanathan (1984) muestran que la combinación

$$(2.10) \quad y_t = \beta_0 + \beta_1 f_t^1 + \beta_2 f_t^2 + \dots + \beta_K f_t^K$$

proporciona un pronóstico combinado que en la mayoría de los casos es insesgado y con error cuadrático medio menor que cualquiera de los modelos individuales. Cabe señalar que en este método las ponderaciones ya no tienen que sumar la unidad.

2.3 Métodos de combinación de pronósticos para series no estacionarias

Muchas series económicas no son estacionarias y por lo tanto existen técnicas de combinación de pronósticos para variables integradas de orden 1 incorporan directamente el concepto de cointegración. Este es el caso de los métodos descritos a continuación. En este apartado y el siguiente se describen metodologías referenciadas en Melo y Nuñez (2004).

La técnica de combinación de Coulson y Robins (1993), desarrollada para series no estacionarias, parte de la siguiente ecuación para cada uno de los n horizontes deseados:

$$(2.11) \quad \Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 (f_{t \setminus t-n}^1 - y_{t-1}) + \gamma_2 (f_{t \setminus t-n}^2 - y_{t-1}) \\ + \dots + \gamma_K (f_{t \setminus t-n}^K - y_{t-1}) + \varepsilon_t$$

donde existe K modelos de pronóstico individuales que se utilizarán en la combinación, $f_{t \setminus t-n}^i$ es el pronóstico de y_t según el modelo i ($i = 1 \dots K$) realizado con la información disponible hasta $t-n$, y ε_t es un proceso ruido blanco.

Cuando se han estimado los coeficientes de la ecuación (2.11), se procede a calcular la combinación de pronósticos:

$$(2.12) \quad \Delta \hat{y}_{t+n \setminus t} = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 (f_{t+n \setminus t}^1 - \hat{y}_{t+n-1 \setminus t}) + \hat{\gamma}_2 (f_{t+n \setminus t}^2 - \hat{y}_{t+n-1 \setminus t}) \\ + \dots + \hat{\gamma}_K (f_{t+n \setminus t}^K - \hat{y}_{t+n-1 \setminus t}) + \varepsilon_t$$

Para horizontes de un período, $\hat{y}_{t+n-1 \setminus t}$ es el valor de la variable en t y para horizontes mayores corresponde a un pronóstico realizado en períodos anteriores. Por último, se calcula el pronóstico combinado en niveles integrando los pronósticos anteriores:

$$(2.13) \hat{y}_{t+n|t} = \Delta \hat{y}_{t+n|t} + \hat{y}_{t+n-1|t}$$

El método de Hallman y Kamstra (1989) también es utilizado para la combinación pronósticos con series no estacionarias. Estos autores proponen estimar el modelo que se presenta a continuación, para cada uno de los horizontes n:

$$(2.14) \begin{aligned} y_t &= \gamma_0 + \gamma_1 f_{t|t-n}^1 + \gamma_2 f_{t|t-n}^2 + \dots + \gamma_K f_{t|t-n}^K \\ \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_K &= 1 \end{aligned}$$

Una vez estimados los coeficientes de la ecuación (2.14), se calcula la combinación de pronósticos:

$$(2.15) \hat{y}_{t+n|t} = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 f_{t+n|t}^1 + \hat{\gamma}_2 f_{t+n|t}^2 + \dots + \hat{\gamma}_K f_{t+n|t}^K$$

Aunque los métodos propuestos por Coulson y Robins y Hallman y Kamstra incorporan la característica de no estacionariedad de la serie en el procedimiento de combinación, estas técnicas no son idóneas para modelar posibles cambios estructurales. Debido a que los pronósticos deben tener un comportamiento adecuado, es una condición necesaria para la combinación óptima que no deba existir cambios estructurales en el comportamiento de los datos (Melo y Nuñez, op. cit.).

Por ello, a continuación se presentan métodos que intentan capturar los posibles cambios estructurales mediante parámetros variables en el tiempo.

2.4 Métodos de combinación de pronósticos en presencia de cambios estructurales

La técnica de Mínimos Cuadrados Ponderados (*MCP*) (Diebold y Pauly, 1987) sugiere estimar un modelo de combinación de pronósticos con unas ponderaciones que dan un mayor peso a las últimas observaciones. De esta forma, el efecto de un posible cambio estructural es reducido ya que se diluye la influencia de las observaciones pasadas. Los coeficientes a utilizar en la combinación se obtendrían por medio del vector de estimadores dado por

$$(2.16) \beta_{MCP} = (X'WX)^{-1}(X'WY)$$

donde W es la matriz de ponderaciones para las observaciones de la muestra y la matriz X corresponde a la información relacionada con las series de pronósticos a combinar f_t^i ($i = 1, 2, \dots, K$ y $t = 1, 2, \dots, T$). Para construir la matriz W, Diebold y Pauly, op. cit.,

proponen utilizar la “matriz t -lambda”, que incluye ponderaciones con una influencia decreciente de forma no lineal con respecto a las observaciones pasadas⁴:

$$(2.17) \quad W = \begin{bmatrix} 1^\lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2^\lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & T^\lambda \end{bmatrix}$$

El parámetro λ es estimado mediante una “búsqueda de malla”, para la cual se establece como función objetivo la raíz del error cuadrático medio de pronóstico (*RECM*). Así pues, para cada valor definido para el λ se calcula la matriz t -lambda, a partir de ella se estiman los parámetros del modelo, luego los pronósticos combinados y finalmente la *RECM*. El valor óptimo de λ es el que minimiza la *RECM*. Una vez obtenido el λ óptimo se realiza la combinación definitiva utilizando el vector $\hat{\beta}_{MCP}$ resultante. Debe destacarse que la composición de la matriz X y el vector Y , es decir, la conformación de los datos a utilizar en la regresión de combinación, depende del enfoque de combinación preferido. En este trabajo se utilizará los métodos de combinación de Coulson y Robins y de Hallman y Kamstra, referidos en la sección anterior.

Una forma alternativa de considerar parámetros cambiantes es por medio de modelos de estado-espacio (*E-E*) para las ecuaciones de combinación de pronósticos. El modelo *E-E* más sencillo supone que el vector de parámetros se comporta como una caminata aleatoria.

Así pues, la ecuación de medida es:

$$(2.18) \quad [Z_t] = H_t \begin{bmatrix} \gamma_t^0 \\ \gamma_t^1 \\ \gamma_t^2 \\ \vdots \\ \gamma_t^K \end{bmatrix} + [r_t]; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

mientras que la ecuación de transición está representada por:

$$(2.19) \quad \begin{bmatrix} \gamma_t^0 \\ \gamma_t^1 \\ \gamma_t^2 \\ \vdots \\ \gamma_t^K \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \gamma_{t-1}^0 \\ \gamma_{t-1}^1 \\ \gamma_{t-1}^2 \\ \vdots \\ \gamma_{t-1}^K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{0t} \\ v_{1t} \\ v_{2t} \\ \vdots \\ v_{Kt} \end{bmatrix}$$

⁴ Diebold y Pauly, op. cit., señalan que esta matriz ha dado mejores resultados que los obtenidos por otras matrices de ponderación alternativas.

donde $[r_t]$ y el vector $[v_t]$ son procesos ruido blanco independientes. Para la metodología de Coulson y Robins se tiene que:

$$[Z_t] = [\Delta y_t], F = [I_{k+1}] \text{ y } H_t = [1 \quad (f_t^1 - y_{t-1}) \quad (f_t^2 - y_{t-1}) \quad \dots \quad (f_t^k - y_{t-1})].$$

Para la técnica Hallman y Kamstra la conformación de las matrices sería:

$$[Z_t] = [y_t], F = [I_{k+1}] \text{ y } H_t = [1 \quad f_t^1 \quad f_t^2 \quad \dots \quad f_t^k].$$

Así pues, la ecuación (2.19) establece que todas las ponderaciones son caminatas aleatorias. Los hiperparámetros del modelo estado espacio son la varianza de r_t y los elementos de la matriz de varianza y covarianza asociada al vector v_t . Dados los valores iniciales de los hiperparámetros y del vector de estado se procede a la optimización mediante métodos de máxima verosimilitud y el filtro de Kalman⁵.

Adicionalmente, Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994) proponen dos métodos de combinación en presencia de cambio estructural de la serie a pronosticar: mediante modelos *switching* de regímenes y mediante modelos de transición suave.

Una forma general de los modelos de parámetros cambiantes está dada por:

$$(2.20) \quad y_t = x_t'(\beta + \lambda_y \gamma) + \varepsilon_t, \quad 0 \leq \lambda_y \leq 1, \quad \text{para } t = 1, 2, \dots, T$$

donde λ_t es la ruta de transición.

Cuando λ_t toma dos valores, 0 ó 1, se tiene que existen dos regímenes, cada uno asociado a distintos parámetros del modelo. En el primer régimen, cuando $\lambda_t = 0$, se tiene que $(\beta + \lambda_y \gamma) = \beta$. Para el segundo régimen, con $\lambda_t = 1$, el resultado es que $(\beta + \lambda_y \gamma) = \beta + \gamma$. Así pues, en el caso de modelos *switching* como este, los coeficientes del modelo asumen dos valores distintos dependiendo del régimen vigente.

Ahora bien, si λ_t es una función continua entre 0 y 1, entonces los parámetros cambian gradualmente de un régimen a otro. Este caso corresponde a un modelo de *transición suave*. Los modelos de transición suave se especifican de la siguiente forma⁶:

$$(2.21) \quad y_t = (1 + e^{\gamma V_{t-1}})^{-1}(a_1 f_t^1 + a_2 f_t^2) + (1 - (1 + e^{\gamma V_{t-1}})^{-1})(a_3 f_t^1 + a_4 f_t^2)$$

⁵ Un caso especial del modelo E-E es cuando el único parámetro que varía en el tiempo es el intercepto (γ_t^0), lo cual podría adaptarse a casos en los que posibles cambios estructurales están asociados con variaciones en el nivel de la serie.

⁶ Estos modelos fueron desarrollados por Lin y Teräsvirta (1994). Aquí se sigue la exposición de Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994).

donde V_{t-1} es alguna función del error de pronóstico rezagado. Algunas formas alternativas de esta función son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 V_{t-1} &= z_{t-1}^1, \\
 V_{t-1} &= z_{t-1}^2, \\
 (2.22) \quad V_{t-1} &= \hat{\alpha}_1 z_{t-1}^1 + \hat{\alpha}_2 z_{t-2}^1 + \dots + \hat{\alpha}_n z_{t-n}^1 \\
 V_{t-1} &= \hat{\beta}_1 z_{t-1}^2 + \hat{\beta}_2 z_{t-2}^2 + \dots + \hat{\beta}_n z_{t-n}^2
 \end{aligned}$$

donde los $\hat{\alpha}_i$, son los coeficientes estimados del proceso autorregresivo :

$$(2.23) \quad z_{t,1} = \hat{\alpha}_1 z_{t-1}^1 + \hat{\alpha}_2 z_{t-2}^1 + \dots + \hat{\alpha}_n z_{t-n}^1$$

y los $\hat{\beta}_i$ se definen análogamente. Estos modelos son más complicados que los de parámetros cambiantes, dado que el valor de γ que minimiza la medida de error dentro de muestra debe obtenerse mediante una búsqueda de malla. No obstante, se ha encontrado que en ocasiones dan mejores resultados que los de parámetros cambiantes (Deutsch, Granger y Teräsvirta, op.cit). Esta técnica actualiza las ponderaciones con cada dato adicional de la muestra, por lo que es necesario contar con una estimación inicial de los parámetros.

Finalmente, cuando se compara entre varias técnicas de combinación de pronósticos los indicadores más utilizados son el error cuadrático medio (*ECM*) del pronóstico y la raíz del error cuadrático medio (*RECM*). Así pues, es fundamental determinar si la diferencia entre dos *ECM* de métodos de combinación alternativos es estadísticamente significativa. Para ello se puede aplicar a las combinaciones de pronósticos la prueba propuesta por Granger y Newbold (1977), que se explica en seguida.

En primer lugar, se obtienen los errores de pronóstico un paso delante del primer y el segundo modelo de pronóstico considerado: z_t^j , para $j = 1, 2$. Si estos errores son insesgados, no autocorrelacionados y presentan una distribución normal bivariada, se procede de la siguiente forma:

- i) Se construyen las series $S_t = z_t^1 + z_t^2$ y $D_t = z_t^1 - z_t^2$.
- ii) Se estima una regresión con S_t como variable dependiente y D_t y una constante como regresoras.

Si se rechaza la hipótesis de que el coeficiente asociado a D_t es 0, la prueba señala que el *ECM* del modelo 1 es significativamente distinto al del modelo 2. Además, si se rechaza la hipótesis que el término constante de la regresión es cero, entonces z_t^1 o z_t^2 son sesgados.

3. Metodología

Los modelos considerados en este trabajo para obtener una combinación de pronósticos de la inflación que considere cambios estructurales son los utilizados por el Banco Central de Costa Rica para proyectar la inflación costarricense: Modelo Univariable de Inflación (*Arma*), Modelo Vector Autorregresivo Lineal de Mecanismos de Transmisión de la Política Monetaria (*Var_Me*), Modelo Impacto de los Precios del Petróleo en Costa Rica (*Var_Pe*), Modelo de Títulos Fiscales (*TF*), Modelo de Pass Through del Tipo de Cambio en Costa Rica (*PT*) y Modelo Ingenuo (*Ingenuo*). Estos modelos se describen en el Cuadro 2 del Anexo 1.

Para los seis modelos mencionados se calcularon pronósticos “rolling” mensuales en el período junio-1996–octubre-2008⁷, para horizontes de 3, 6, 12 y 24 meses. Los pronósticos “rolling” son una serie de pronósticos fuera de muestra donde el modelo es reestimado en cada período.

Como se mencionó en la sección anterior, es necesario conocer ciertas características tanto de la serie pronosticada como de los pronósticos mismos con el fin de determinar la forma más adecuada de realizar la combinación. Por lo tanto, como paso previo a la combinación, se verificó el insesgamiento de los pronósticos mediante la prueba de Holden y Peel y su eficiencia mediante las pruebas de inclusión de Chong y Hendry, y de Harvey, Leybourne y Newbold. Finalmente, a la serie de inflación se le aplicaron pruebas de raíz unitaria, algunas de las cuales permiten la posibilidad de cambio estructural. A partir de las conclusiones de esta serie de pruebas se determinaron los métodos de combinación apropiados.

La evaluación de las metodologías de combinación aplicadas se realizó mediante la comparación de la raíz del error cuadrático medio (RECM) resultante de cada combinación para los diferentes plazos escogidos. En caso de presentarse disminuciones en la RECM con respecto al método de combinación implementado en la actualidad, se evaluó la significancia de esa disminución por medio de la prueba de Granger y Newbold señalada en la sección anterior.

4. Análisis de resultados

Dado que el interés de esta investigación es actualizar el método de combinación de pronósticos de inflación utilizado actualmente por el BCCR, y considerando que el comportamiento de la inflación en Costa Rica durante la última década no ha sido uniforme (ver Gráfico 1), es prudente hacer esfuerzos por considerar la posibilidad de cambios estructurales en la inflación durante el período en estudio. Por esta razón, en

⁷Debido a que el modelo de Títulos Fiscales se estimó para un lapso que inicia en junio de 1996, se decidió utilizar esta fecha inicial para calcular los pronósticos de inflación de los modelos empleados.

la sección 4.1 se presenta los resultados de pruebas de raíz unitaria para la serie de inflación, algunas de las cuales incorporan la posibilidad de cambio estructural⁸. Además, se explican los resultados de las pruebas de insesgamiento e inclusión para los pronósticos individuales de inflación. Los principales resultados de las combinaciones efectuadas se presentan en la sección 4.2.

Gráfico 1
Inflación interanual
Enero 1996 - Setiembre 2008



4.1 Pruebas de raíz unitaria y propiedades de los pronósticos

En el Anexo 2 figuran las pruebas de raíz unitaria realizadas. El Cuadro 3 de dicho anexo presenta los resultados de la prueba Dickey-Fuller Aumentada y de la prueba Phillips-Perron para la serie de inflación. Tomando en cuenta la significancia de las variables exógenas incluidas en la regresión de prueba, la especificación escogida en ambos casos presenta constante pero no tendencia. A un 5% de significancia es posible rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria en ambas pruebas.

Debe recordarse que Dickey-Fuller y Phillips-Perron no consideran la posibilidad de cambio estructural en la serie, por lo que se decidió aplicar cuatro pruebas que sí toman en cuenta dicha posibilidad.

Las pruebas de Zivot y Andrews (1992) y Perron (1997) mantienen la hipótesis nula de raíz unitaria, pero en ellas la hipótesis alternativa es ahora estacionariedad *con un solo cambio estructural* en una fecha que se estima endógenamente. Los resultados en el

⁸ Todas las pruebas de raíz unitaria se realizaron para la serie mensual de inflación interanual para el período junio-1996 – octubre-2008. En todas se incluye un máximo de 37 rezagos, buscando consistencia con la recomendación para la prueba de Zivot-Andrews, de incluir al menos una cuarta parte de las observaciones muestrales.

Cuadro 4 muestran que para el caso de Zivot-Andrews es posible rechazar la hipótesis nula al 5% de significancia, tanto para el modelo que considera cambio en intercepto como para el que considera cambio en intercepto y tendencia. Sin embargo, en el caso de la prueba de Perron (Cuadro 5), la hipótesis nula de raíz unitaria puede rechazarse solo en el caso del modelo que considera cambio en intercepto.

Las pruebas de Lee y Strazicich (2003, 2004) presentan dos características de interés. En primer lugar, una de las pruebas considera *dos* cambios estructurales en vez de uno solo. En segundo lugar, a diferencia del estadístico de Zivot-Andrews, la magnitud del estadístico de las pruebas de Lee y Strazicich no se ve afectada al permitir cambios estructurales tanto bajo la hipótesis nula como bajo la alternativa. De esta forma, “...*el rechazo de la hipótesis nula implica sin ambigüedades un proceso estacionario con tendencia.*” (Lee y Strazicich, 2003; p.1082)⁹. No obstante, para el caso de la serie de inflación de este estudio no fue posible rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria en ninguno de los casos considerados. El Cuadro 6 presenta los resultados de las pruebas para 1 y para 2 cambios estructurales, para los modelos que consideran cambio en intercepto, y cambio en intercepto y tendencia.

En resumen, si bien en las pruebas de Dickey-Fuller, Phillips-Perron y Zivot-Andrews es posible rechazar la hipótesis de existencia de raíz unitaria, mediante las pruebas de Perron (1997) y de Lee-Strazicich dicha hipótesis no puede ser rechazada. Nótese que, con excepción de Zivot-Andrews, en las pruebas que consideran cambio estructural no se rechaza la hipótesis nula de raíz unitaria. Adicionalmente, las pruebas de Zivot-Andrews y de Perron coinciden en estimar cambios en intercepto y tendencia en algunos meses de 2001¹⁰.

En vista de estos resultados, con el fin de tomar en cuenta la posibilidad tanto de raíz unitaria como de cambios estructurales en la serie de inflación, se decidió utilizar métodos de combinación para series no estacionarias que incorporasen cambio estructural.

Antes de implementar las metodologías de combinación, se analizaron varias características de los errores de pronóstico para cada uno de los modelos en los diferentes horizontes señalados. En las Figuras 1 a la 4 del Anexo 3 se muestran los errores de pronóstico de cada modelo, según el horizonte previsto. En términos generales, se observa que la magnitud del error de pronóstico, como sucede en este tipo de cálculos, se incrementa con el horizonte. Así, para el horizonte a 3 meses el error absoluto medio (EAM) de pronóstico asciende a 1.5%, mientras que para los horizontes de 6, 12 y 24 meses, este error alcanza 2.0%, 2.9% y 3.6%, respectivamente.

⁹ Lee y Strazicich (2003, 2004) encuentran que las pruebas de Zivot-Andrews y Perron con frecuencia rechazan la hipótesis nula aún cuando la serie tenga raíz unitaria, llevando a la conclusión de que la serie es estacionaria con cambio estructural cuando en realidad es no estacionaria con cambio estructural.

¹⁰ Las pruebas de Lee y Strazicich, por su parte, estiman fechas de cambio en diciembre de 2003 y septiembre de 2005.

En el Anexo 4 se presentan las características de los errores de pronóstico: el insesgamiento con la prueba de Holden y Peel (Cuadro 7), la normalidad con la prueba de Jarque y Bera (Cuadro 8) y la autocorrelación con la prueba de Ljung-Box (cuadro 9). Los modelos *TF* e *Ingenuo* presentan pronósticos insesgados¹¹, mientras que los pronósticos de los modelos ARMA, PT y Var_Me presentan evidencia de sesgo para todos los horizontes. Por su parte, en las pruebas de Jarque-Bera no se rechaza la hipótesis de normalidad en la mayoría de los casos¹².

Al analizar las pruebas de inclusión (cuadros 10 al 21 del Anexo 4.2), que permiten determinar si los pronósticos de un modelo incorporan toda la información relevante con respecto a los pronósticos de otro modelo, se puede concluir con los resultados de la prueba de Chong y Hendry que no existe ningún modelo que incluya a todos los restantes en ningún horizonte considerado. No obstante, para el horizonte de 3 meses el resultado no es claro pues solo la prueba de Harvey, Leybourne y Newbold (*HLN*) muestra que el modelo *Var_Pe* incorpora a los demás pronósticos; mientras que para los horizontes de 6, 12 y 24 el contraste *HLN* evidencia la inclusión de la información de todos los pronósticos en el modelo *TF*. Este último resultado es confirmado por la prueba de Fair y Shiller para el horizonte de 12 meses.

Los resultados anteriores proveen evidencia de que a cada horizonte de pronóstico existe un modelo que incorpora la información contenida en todos los demás, por lo que se esperaría que no existieran beneficios sustanciales de realizar la combinación. Con esto en mente, y considerando que el modelo ingenuo no incluye información de variables económicas, para cada plazo se efectuaron las siguientes variaciones del ejercicio:

- una combinación que incluyese a todos los pronósticos,
- una que excluyese al modelo que incorporase a los demás,
- una que excluyese al modelo ingenuo,
- otra que excluyese tanto al modelo ingenuo como al que incorporase a los demás.

4.2 Resultados de las combinaciones de pronósticos

Las técnicas para series no estacionarias con cambio estructural implementadas fueron: mínimos cuadrados ponderados con la especificación de Coulson y Robins (MCP-CR), mínimos cuadrados ponderados con la especificación de Hallman y Kamstra (MCP-HK), estado-espacio con la especificación de Hallman y Kamstra (EE-HK) y un modelo de

¹¹ Para los pronósticos del modelo *Var_Pe* a un horizonte de 3 meses no se rechaza la hipótesis de insesgamiento.

¹² Los pronósticos del modelo PT a los horizontes de 6 y 12 meses y del modelo *Var_Pe* para todos los horizontes presentan evidencia de no normalidad.

transición suave con la metodología de Deutsch, Granger y Teräsvirta (TS-DGT)¹³. El código fuente utilizado para aplicar estas técnicas mediante el paquete econométrico Eviews versión 6.0 se documenta en Mora y Rodríguez (2009).

Con el fin de comparar los resultados obtenidos, se combinaron los pronósticos dinámicos mediante la técnica de combinación utilizada actualmente por el BCCR: ponderaciones óptimas sin términos de covariancia (Comb. original). Un resumen de las RECM para cada combinación calculada se presenta en el Anexo 5, cuadros 22 a 25.

Con base en los resultados de las combinaciones se determinó que en general las técnicas que incorporan cambio estructural mostraron un error de pronóstico menor con respecto a los modelos individuales y a la combinación original. Para el horizonte de 3 meses, MCP-HK fue la única combinación que incluyó solamente ponderaciones positivas, que se muestran en el Cuadro 1¹⁴. Debe señalarse que esta combinación no incluye al Var_Pe ni al modelo ingenuo y que además el valor del parámetro λ que minimiza la RECM es cero, lo cual indica que esta combinación no reconoce cambios estructurales, pues efectivamente se pondera con el mismo peso a todas las observaciones de la muestra. Adicionalmente, la prueba de Granger y Newbold (Anexo 6, Cuadro 26) sugiere que el error de pronóstico de MCP-HK a 3 meses es significativamente más bajo que el del mejor pronóstico individual, pero no da evidencia de que sea distinto del error de la combinación óptima utilizada actualmente.

Cuadro 1
Ponderaciones óptimas por horizonte

	3 meses (MCP-HK)	6 meses (Comb. original)	12 meses (Comb. original)	24 meses (Comb. original)
Constante	0.0003	-	-	-
Arma	0.2304	0.1908	0.1594	0.1111
PT	0.1096	0.1224	0.1152	0.1111
TF	0.5653	0.0873	0.0655	0.0469
Var_Me	0.0947	0.2432	0.2399	0.2289
Var_Pe	-	0.0826	0.0884	0.0818
Ingenuo	-	0.2736	0.3316	0.4202

FUENTE: elaboración propia

Para el resto de horizontes algunas de las combinaciones realizadas con técnicas para series no estacionarias con cambio estructural redujeron el error de pronóstico, pero todas incluyeron ponderaciones negativas, por lo que la combinación utilizada actualmente (ponderaciones óptimas sin términos de covariancia) seguiría siendo la más

¹³ Debido a que TS-DGT realiza combinaciones dinámicas fue necesario separar el período de estudio en dos: uno para estimación inicial de los parámetros y otro para el cual se obtuvieron combinaciones actualizadas.

¹⁴ Las demás combinaciones incluyeron ponderaciones negativas, un resultado frecuente pero poco intuitivo (ver Hoffmaister et al, 2001).

adecuada. Los parámetros utilizados en las técnicas de combinación de nuevo sugieren que la aplicación de éstas no diferiría de la aplicación de técnicas que no consideran cambio estructural¹⁵. Debe resaltarse que en los horizontes de 12 y 24 meses se encontró evidencia estadística de que la RECM de la combinación óptima original no supera la del modelo con el menor error de pronóstico (ver Cuadro 26 del Anexo 6).

5. Consideraciones finales

La intención del Banco Central de Costa Rica de aplicar un régimen monetario de Meta Explícita de Inflación implica que los pronósticos de inflación son parte integral del ejercicio de programación macroeconómica pues permiten evaluar la viabilidad y realismo de la meta inflacionaria propuesta.

Los pronósticos pasivos de la inflación se generan a partir de un conjunto de modelos que posteriormente se combinan para obtener una proyección única. Es recomendable evaluar periódicamente las técnicas de combinación empleadas con el fin de mejorar la precisión de pronóstico. En concordancia con lo anterior, el objetivo de este trabajo fue evaluar técnicas de combinación de proyecciones de inflación que incorporasen la posible presencia de cambios estructurales.

Para este propósito se calcularon pronósticos dinámicos mensuales para el período junio-1996 – octubre-2008 con horizontes de 3, 6, 12 y 24 meses, para los siguientes modelos:

- Univariable de Inflación (Arma)
- Vector Autorregresivo Lineal de Mecanismos de Transmisión de la Política Monetaria (Var_Me)
- Impacto de los Precios del Petróleo en Costa Rica (Var_Pe)
- Títulos Fiscales (TF), Pass Through del Tipo de Cambio en Costa Rica (PT)
- Ingenuo.

Los modelos TF e Ingenuo presentan pronósticos insesgados para todos los horizontes, mientras que Var_Pe solamente para el horizonte de 3 meses. Adicionalmente, se encontró evidencia de que al horizonte de 3 meses el modelo Var_Pe incorpora la información de todos los pronósticos, mientras que para los restantes horizontes las pruebas sugieren que es el modelo TF el que incorpora a los demás.

Tras aplicar las técnicas de combinación que toman en cuenta cambio estructural se encontró que en general éstas permitieron reducir el error de pronóstico con respecto a

¹⁵ En particular, el λ óptimo en los modelos de mínimos cuadrados ponderados con Hallman y Kamstra es consistentemente igual a cero, lo que equivale a aplicar mínimos cuadrados ordinarios sobre la ecuación (2.14). La aplicación del modelo de Deutsch, Granger y Teräsvirta resultó en valores altos para el parámetro γ , lo que implica un cambio muy lento en las ponderaciones.

los modelos individuales y a la combinación original, no obstante, varias combinaciones incluyeron ponderaciones negativas para algunos modelos, por lo que su aplicación carece de sentido económico.

Una metodología que produjo resultados satisfactorios tanto en signo de las ponderaciones como en error de pronóstico, fue la de mínimos cuadrados ponderados con la técnica de Hallman y Kamstra aplicada para el horizonte de 3 meses. Debe señalarse que la reducción en el error de pronóstico resultante no es significativa con respecto a la combinación actual y que la combinación obtenida no reconoce cambios estructurales en la serie.

Para los horizontes de 6, 12 y 24 meses las técnicas aplicadas no permitieron encontrar combinaciones que incluyeran solamente ponderaciones positivas y que al mismo tiempo resultaran en una reducción significativa del error de pronóstico. Para los horizontes de 12 y 24 meses hay evidencia de que la combinación óptima original no supera la precisión del modelo con el menor error de pronóstico (Títulos Fiscales)¹⁶.

Considerando las conclusiones anteriores se realizan las siguientes recomendaciones:

- En primer lugar, para horizontes de corto plazo, por ejemplo 3 y 6 meses, es razonable mantener la combinación de pronósticos aplicada actualmente por el Banco Central de Costa Rica. Esta combinación, desarrollada en Hoffmaister et al (2001), incluye los modelos Univariable de Inflación, Vector Autorregresivo Lineal de Mecanismos de Transmisión de la Política Monetaria, Impacto de los Precios del Petróleo en Costa Rica, Títulos Fiscales, Pass Through del Tipo de Cambio en Costa Rica e Ingenuo¹⁷.
- Para horizontes de mediano plazo, 12 y 24 meses, los resultados sugieren que el Modelo de Títulos Fiscales es una alternativa eficiente al uso de la combinación actual. Este modelo, desarrollado en Durán y Rojas (2008), pronostica la inflación con base en los tres primeros rezagos de la variación porcentual interanual del Índice de Precios al Consumidor y en los rezagos segundo y tercero de la variación interanual del saldo medio mensual de Títulos de Propiedad del Gobierno Central.
- En esta línea, debe procurarse una revisión continua de los métodos de combinación de proyecciones y de las características de los pronósticos, especialmente cuando se incluyan nuevos modelos estructurales de proyección o cuando sean validados nuevamente los modelos actuales.

¹⁶ El código fuente para realizar estas combinaciones puede consultarse en Mora y Rodríguez (2009).

¹⁷ El Anexo1 detalla la especificación de cada uno de estos modelos.

6. Referencias bibliográficas

- Andersson, M. y S. Karlsson (2007), *Bayesian forecast combination for VAR models* (Sveriges Riksbank Research Paper No.216). Estocolmo: Banco Central de Suecia.
- Armstrong, J. S. (1989). Combining Forecasts: The End of the Beginning or the Beginning of the End. *International Journal of Forecasting*, 5(4), pp. 585-588.
- Bates, J.M. y C.W.J. Granger (1969). The Combination of Forecasts. *Operations Research Quarterly*, 20, pp. 451-468
- Barrera, C. (2007), *Proyecciones desagregadas de inflación con modelos sparse var robustos* (Documento de trabajo, agosto, Departamento de Modelos Macroeconómicos). Lima: Banco Central de Reserva del Perú.
- Bruneau, C., O. De Bandt, A. Flageollet y E. Michaux (2007). Forecasting Inflation Using Economic Indicators: The Case of France. *Journal of Forecasting*, 26(1), pp. 1–22.
- Capistrán, C. y A. Timmermann (2006). *Forecast Combination with Entry and Exit of Experts* (Documento de Investigación 2006-08). México, DF: Banco de México.
- Castaño, E. y L. F. Melo (1998). *Métodos de combinación de pronósticos: una aplicación a la inflación colombiana* (Borradores de Economía N° 109). Bogotá, Colombia: Banco de la República.
- Castrillo, D. y B. Laverde (2008). *Validación y actualización del Modelo de Pass Through del tipo de cambio en Costa Rica 1991-2007* (Informe Técnico DIE-16-2008-IT, Departamento de Investigación Económica). San José: Banco Central de Costa Rica.
- Clemen, R.T. (1989). Combining Forecasts: A Review and Annotated Bibliography. *International Journal of Forecasting*, 5(4), pp. 559-583.
- Chong, Y. y D.F. Hendry (1986). Econometric Evaluation of Linear Macro-Economic Models. *Review of Economic Studies*, 53, pp. 671-690.
- Coulson, N.E. y R. Robins. (1993). Forecast Combination in a Dynamic Setting. *Journal of Forecasting*, 12, pp. 63-67.
- Deutsch, M., C.W. Granger y T. Teräsvirta (1994). The Combination of Forecasts Using Changing Weights. *International Journal of Forecasting*, 10, pp. 47-57.

- Diebold, F. y J. A. Lopez (1996). *Forecast Evaluation and Combination* (NBER Technical Working Paper 192). Cambridge, Massachusetts: National Bureau of Economic Research.
- Diebold, F. y P. Pauly (1987). Structural Change and the Combination of Forecasts. *Journal of Forecasting*, 6, pp. 21-40.
- Durán, R. y M. Rojas (2008). *Actualización de la validación del modelo de títulos fiscales para el pronóstico de la inflación* (Informe Técnico DIE-15-2008-IT, Departamento de Investigación Económica). San José: Banco Central de Costa Rica.
- Fair, R.C. y R. Shiller (1989). The Informational Content of ex ante Forecasts. *Review of Economics and Statistics*, 71, pp. 325-331.
- Fair, R.C. y R. Shiller, (1990). Comparing Information in Forecasts from Econometric Models. *American Economic Review*, 80(3), pp. 375-389.
- González, E. (2008). *Pronósticos de agregados a partir de desagregados, caso empírico: Inflación de alimentos en Colombia* (Borradores de Economía, N° 508). Bogotá, Colombia: Banco de la República.
- Granger, C.W.J y P. Newbold (1977). *Forecasting Economic Time Series*. New York: Academic Press.
- Granger, C.W.J. y Ramanathan, R. (1984). Improved Methods for Combining Forecasts. *Journal of Forecasting*, 3, pp. 197-204.
- Hallman, J. y M. Kamstra (1989). Combining Algorithms Based on Robust Estimation Techniques and Co-integrating Restrictions. *Journal of Forecasting*, 8, pp. 189-198.
- Harvey, D., S. Leybourne y P. Newbold (1997). Testing the Equality of Mean Squared Errors. *International Journal of Forecasting*, 13, pp. 281-291.
- Hoffmaister, A., G. Saborío, I. Solano y A. Solera (2001), "Combinación de las proyecciones de inflación (Nota de Investigación No 01-01, División Económica) San José: Banco Central de Costa Rica.
- Holden, K y D. A. Peel (1986). An Empirical Investigation of Combinations of Economic Forecasts. *Journal of Forecasting*, 5, pp. 229-242.
- Holden, K, y D.A. Peel (1989). Unbiasedness, Efficiency and the Combination of Economic Forecasts. *Journal of Forecasting*, 8, pp. 175-188.

- Hubrich, K. (2004). Forecasting euro area inflation: Does aggregating forecasts by HICP component improve forecast accuracy. *International Journal of Forecasting*, 21(1), pp. 119-136.
- Kışınbay, T. (2007), "The Use of Encompassing Tests for Forecast Combinations", Working Paper WP/07/264, International Monetary Fund, Noviembre.
- Lee, J. y M. Strazicich (2003). Minimum LM Unit Root Test with Two Structural Breaks. *Review of Economics and Statistics*, 85(4), pp 1082-1089.
- Lee, J. y M. Strazicich (2004). Minimum LM Unit Root Test with One Structural Break. Appalachian State University Working Paper, Disponible en: <http://econ.appstate.edu/RePEc/pdf/wp0417.pdf>
- Melo, L. y H. Núñez (2004). *Combinación de pronósticos de la inflación en presencia de cambios estructurales* (Borradores de Economía N° 286). Bogotá, Colombia: Banco de la República.
- Mora, C. y C. Torres (2007). *Validación del Modelo VAR Lineal de mecanismos de transmisión de la política monetaria* (Informe Técnico DIE-37-2007-IT, Departamento de Investigación Económica). San José: Banco Central de Costa Rica.
- Mora, C. y J.C. Quirós (2008). *Validación del modelo impacto de los precios de petróleo en Costa Rica* (Informe Técnico DIE-IT-14-2008, Departamento de Investigación Económica). San José: Banco
- Mora, C. y A. Rodríguez (2009). *Código fuente de los programas utilizados en las nuevas combinaciones de proyecciones de inflación* (Informe Técnico DEC-DIE-003-2009, Departamento de Investigación Económica). San José: Banco Central de Costa Rica.
- Muñoz, E. (2008). *Validación del Modelo Univariable de Inflación empleado en la Combinación de Pronósticos* (Informe Técnico DIE-08-2008-IT, Departamento de Investigación Económica). San José: Banco Central de Costa Rica.
- Perron, P. (1997). Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables. *Journal of Econometrics*, 80, pp. 355-385.
- Saborío, G. y A. Solera (2003). *Incorporación de nuevas herramientas de pronóstico en la combinación de proyecciones de inflación* (Nota Técnica DIE-DCS-03-2003-NT, División Económica). San José: Banco Central de Costa Rica.

- Saborío, G. y A. Solera (2004). *Incorporación del modelo de saldos de títulos de propiedad del gobierno central en la combinación de proyecciones de inflación* (Nota Técnica DIE-DCS-01-2004-NT, División Económica). San José: Banco Central de Costa Rica.
- Smith, J. y K. F. Wallis (2007). *A Simple Explanation of the Forecast Combination Puzzle* (Department of Economics Staff Paper). Warwick, Inglaterra: University of Warwick.
- Solera, A. (2005). *Pronóstico de inflación en Costa Rica: una estimación con redes neuronales artificiales* (Documento DCS-155-2005, Departamento de Contabilidad Social). San José: Banco Central de Costa Rica.
- Trenkler, G. y B. Gotu (1989). *Combination of Forecasts: A Bibliography*. (Department of Statistics). Dortmund, Alemania: University of Dortmund.
- Utrera, G. (2004). *Una aproximación a la combinación de métodos econométricos para pronosticar la inflación en Argentina*. Instituto de Economía y Finanzas, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba.
- Zivot, E. y D. W. K. Andrews (1992). Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis Source: *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), pp. 251-270.

7. Anexos

Anexo 1. Modelos de pronóstico de inflación

Cuadro 2
Modelos de pronóstico de inflación

Modelo	Descripción
Arma	$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \phi_3 L^3 - \phi_4 L^4 - \phi_5 L^5 - \phi_6 L^6) DLIPC = (1 - \theta_1 L^2 - \theta_2 L^3) \varepsilon_t$
PT	$DLIPC_t = \beta_0 + \beta_1 DLTC_{t-4} + \beta_2 q^b_{t-4} + \beta_3 Y^b_{t-3} + \beta_4 DLIPC_{t-1} + \beta_5 aper_{t-3}$
TF	$DLIPC_t = \beta_0 + \beta_1 DLIPC_{t-1} + \beta_2 DLIPC_{t-2} + \beta_3 DLIPC_{t-3} + \beta_4 TF_{t-2} + \beta_5 TF_{t-3}$
Var_Me	$\begin{bmatrix} DLIPC_t \\ i_t \\ DLIMAE_t \\ DLTC_t \\ DLCPRI_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(L)_{11,5} & A(L)_{12,5} & A(L)_{13,5} & A(L)_{14,5} & A(L)_{15,5} \\ A(L)_{21,5} & A(L)_{22,5} & A(L)_{23,5} & A(L)_{24,5} & A(L)_{25,5} \\ A(L)_{31,5} & A(L)_{32,5} & A(L)_{33,5} & A(L)_{34,5} & A(L)_{35,5} \\ A(L)_{41,5} & A(L)_{42,5} & A(L)_{43,5} & A(L)_{44,5} & A(L)_{45,5} \\ A(L)_{51,5} & A(L)_{52,5} & A(L)_{53,5} & A(L)_{54,5} & A(L)_{55,5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DLIPC_{t-1} \\ i_{t-1} \\ DLIMAE_{t-1} \\ DLTC_{t-1} \\ DLCPRI_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{4t} \\ \varepsilon_{5t} \end{bmatrix}$
Var_Pe	$\begin{bmatrix} DLPOIL_t \\ DLPCOMB_t \\ DLIPC_t \\ i_t \\ DLIMAE_t \\ DLTC_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(L)_{11,5} & A(L)_{12,5} & A(L)_{13,5} & A(L)_{14,5} & A(L)_{15,5} \\ A(L)_{21,5} & A(L)_{22,5} & A(L)_{23,5} & A(L)_{24,5} & A(L)_{25,5} \\ A(L)_{31,5} & A(L)_{32,5} & A(L)_{33,5} & A(L)_{34,5} & A(L)_{35,5} \\ A(L)_{41,5} & A(L)_{42,5} & A(L)_{43,5} & A(L)_{44,5} & A(L)_{45,5} \\ A(L)_{51,5} & A(L)_{52,5} & A(L)_{53,5} & A(L)_{54,5} & A(L)_{55,5} \\ A(L)_{61,5} & A(L)_{62,5} & A(L)_{63,5} & A(L)_{64,5} & A(L)_{65,5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DLPOIL_{t-1} \\ DLPCOMB_{t-1} \\ DLIPC_{t-1} \\ i_{t-1} \\ DLIMAE_{t-1} \\ DLTC_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{4t} \\ \varepsilon_{5t} \\ \varepsilon_{6t} \end{bmatrix}$
Ingenuo	$DLIPC_t = DLIPC_{t-1}$
Variables	
DLIPC: Variación interanual del Índice de Precios al Consumidor	
DLTC: Variación interanual del Tipo de Cambio de Referencia promedio compra-venta	
q^b : Desalineamiento del Tipo de Cambio Real respecto a su valor de largo plazo	
Y^b : Brecha del Producto Interno Bruto real respecto a su crecimiento potencial	
aper: Grado de apertura comercial del país	
TF: Variación interanual del saldo mensual de Títulos de Propiedad del Gobierno Central, valor transado	
i: tasa de interés de política monetaria (captación del BCCR a 30 días)	
DLIMAE: Variación interanual del Índice Mensual de Actividad Económica	
DLCPRI: Variación interanual del Crédito al sector privado	
DLPOIL: Variación interanual del precio de petróleo en dólares	
DLCOMB: Variación interanual del precio doméstico de los combustibles	

Fuente: Los modelos descritos en el cuadro se basan, respectivamente, en Muñoz (2008), Castrillo y Laverde (2008), Durán y Rojas (2008), Mora y Torres (2007) y Mora y Quirós (2008).

Anexo2. Pruebas de raíz unitaria

Cuadro 3
Pruebas de raíz unitaria Dickey-Fuller Aumentada y Phillips-Perron
 Período 1996m6 – 2008m10

Variable	Dickey-Fuller Aumentada ^{1/} (Con intercepto solamente)		Phillips-Perron ^{1/} (Con intercepto solamente)	
	Estadístico t	Decisión	Estadístico t	Decisión
Inflación	-3.38402	I(0)	-3.252302	I(0)

1/ Valores críticos: -3.475 al 1%, -2.881 al 5% y -2.577 al 10%.

Cuadro 4
Pruebas de raíz unitaria Zivot – Andrews
 Período 1996m6 – 2008m10

Variable	Cambio en intercepto ^{1/}		Cambio en intercepto y tendencia ^{2/}	
	Estadístico t y fecha	Decisión	Estadístico t y fecha	Decisión
Inflación	-5.35868 2001:06	I(0)	-5.12849 2001:10	I(0)

1/ Valores críticos: -5.34 al 1% y -4.80 al 5%.

2/ Valores críticos: -5.57 al 1% y -5.08 al 5%.

Cuadro 5
Pruebas de raíz unitaria Perron97
 Período 1996m6 – 2008m10

Variable	Cambio en intercepto ^{1/}		Cambio en intercepto y tendencia ^{2/}		Cambio en pendiente temporal ^{3/}	
	Estadístico t y fecha	Decisión	Estadístico t y fecha	Decisión	Estadístico t y fecha	Decisión
Inflación	-5.30168 2001:04	I(0)	-5.09431 2001:08	I(1)	-1.72440 2008:08	I(1)

1/ Valores críticos para 100 obs.: -5.70 al 1%, -5.10 al 5% y -4.82 al 10%.

2/ Valores críticos para 100 obs.: -6.21 al 1%, -5.55 al 5% y -5.25 al 10%.

3/ Valores críticos para 100 obs.: -5.45 al 1%, -4.83 al 5% y -4.48 al 10%.

Cuadro 6
Pruebas de raíz unitaria Lee - Strazicich
 Período 1996m6 – 2008m10

Prueba para 1 cambio estructural					
Variable	Cambio en intercepto ^{1/}			Cambio en intercepto y tendencia ^{2/}	
	Estadístico t y fecha	Decisión	Estadístico t y fecha	Decisión	Estadístico t y fecha
Inflación	0.4242 2003:12	I(1)	-2.8847 2002:01	I(1)	
Prueba para 2 cambios estructurales					
Variable	Cambio en intercepto ^{3/}			Cambio en intercepto y tendencia ^{4/}	
	Estadístico t y fechas	Decisión	Estadístico t y fecha	Decisión	Estadístico t y fecha
Inflación	0.0636 2003:12 2005:09	I(1)	-3.6187 2000:06 2005:09	I(1)	

1/ Valores críticos para 100 obs.: -4.239 al 1%, -3.566 al 5% y -3.211 al 10%.

2/ Valores críticos para 100 obs., $\lambda=0.5$: -5.11 al 1%, -4.57 al 5% y -4.17 al 10%

3/ Valores críticos para 100 obs.: -4.545 al 1%, -3.842 al 5% y -3.504 al 10%.

4/ Valores críticos para 100 obs., $\lambda_1=0.6$, $\lambda_2=0.8$: -6.32 al 1%, -5.73 al 5% y -5.32 al 10%.

Anexo 3. Errores de pronóstico

Figura 1. Errores de pronóstico
Horizonte a 3 meses

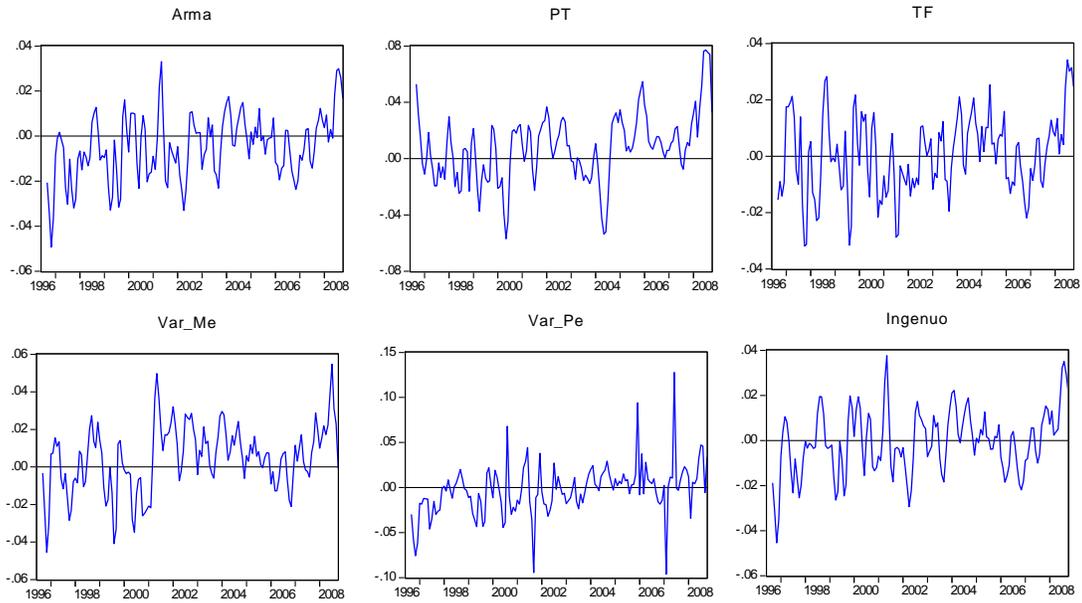


Figura 2. Errores de pronóstico
Horizonte a 6 meses

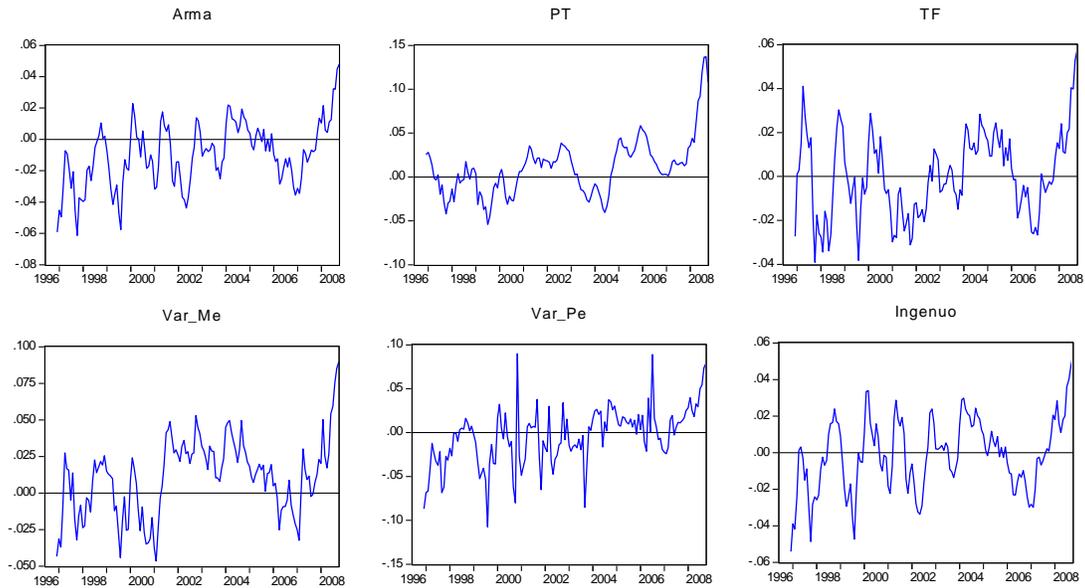


Figura 3. Errores de pronóstico
Horizonte a 12 meses

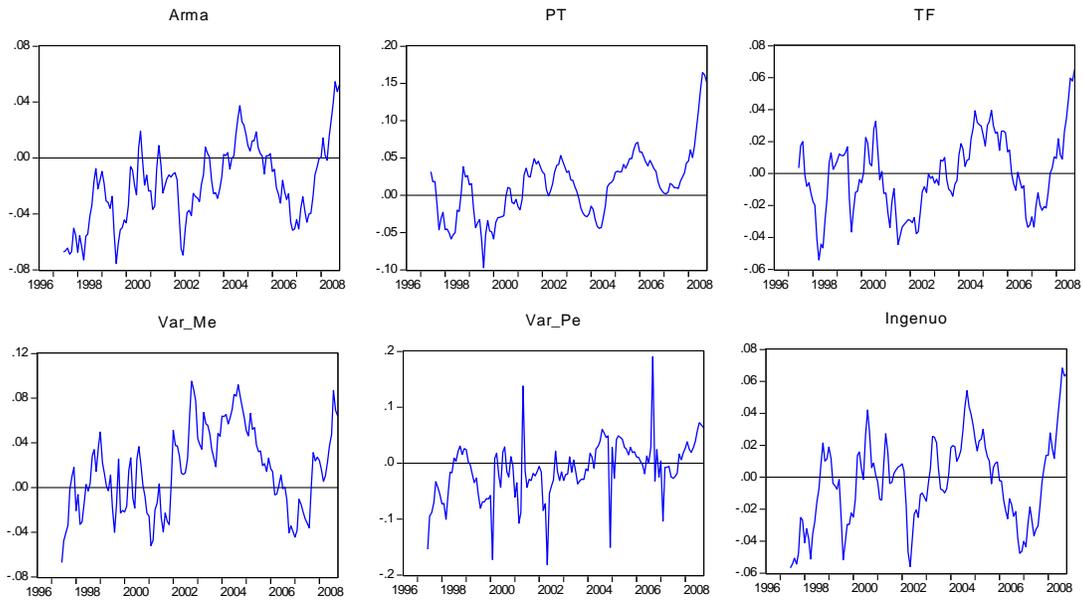
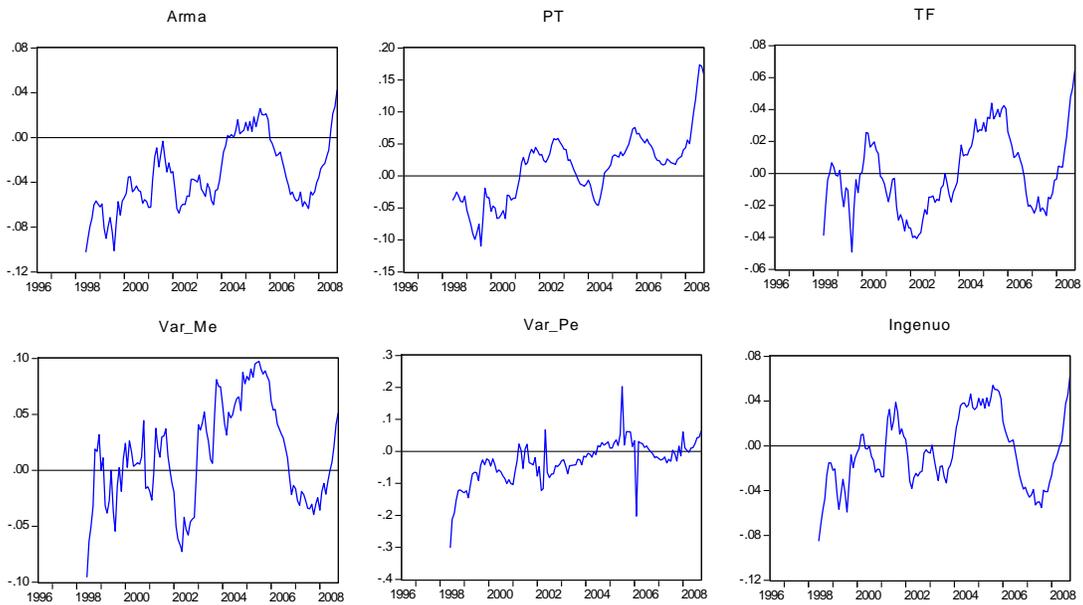


Figura 4. Errores de pronóstico
Horizonte a 24 meses



Anexo 4. Pruebas de los pronósticos

4.1 Inesegamiento

Cuadro 7
Prueba de Inesegamiento de Holden y Peel
 Estadístico F, valor p en paréntesis

Modelo \ Horizonte	3 meses	6 meses	12 meses	24 meses
Arma	16.87243 (0.0001)	34.09963 (0.0000)	68.28066 (0.0000)	151.9173 (0.0000)
PT	13.73196 (0.0003)	15.77696 (0.0001)	11.03833 (0.0011)	6.269140 (0.0136)
TF	0.058383 (0.8094)	0.031824 (0.8587)	0.173378 (0.6778)	0.084246 80.7721)
Var_Me	10.50901 (0.0015)	23.68273 (0.0000)	23.59533 (0.0000)	9.771734 (0.0022)
Var_Pe	2.031647 (0.1562)	3.807731 (0.0530)	6.405756 (0.0125)	10.65880 (0.0014)
Ingenuo	0.271729 (0.6030)	0.506983 (0.4776)	1.539792 (0.2168)	3.851361 (0.0519)

Cuadro 8
Prueba de Normalidad de Jarque-Bera
 Estadístico Jarque-Bera, valor p en paréntesis

Modelo \ Horizonte	3 meses	6 meses	12 meses	24 meses
Arma	0.495698 (0.78048)	0.050428 (0.97510)	1.089211 (0.58007)	3.938086 (0.13959)
PT	5.454404 (0.06540)	85.67087 (0.00000)	29.48443 (0.00000)	5.564563 (0.06190)
TF	0.689657 (0.70834)	1.645823 (0.43915)	1.105735 (0.57530)	4.073060 (0.13048)
Var_Me	1.693636 (0.42878)	0.225477 (0.89338)	3.700433 (0.15720)	3.450155 (0.17816)
Var_Pe	56040.64 (0.00000)	116517.5 (0.00000)	102520.1 (0.00000)	43497.75 (0.00000)
Ingenuo	0.500124 (0.77875)	0.229505 (0.89159)	0.911466 (0.63398)	3.495816 (0.17414)

Cuadro 9
Prueba de Autocorrelación
 Estadístico Q, valor p en paréntesis

Modelo \ Horizonte	3 meses	6 meses	12 meses	24 meses
Arma	83.691	204.54	367.52	550.78
	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
PT	155.57	370.30	410.10	602.90
	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
TF	65.884	207.10	347.85	530.91
	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
Var_Me	119.23	247.33	444.21	531.69
	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
Var_Pe	11.266	100.40	74.995	307.21
	(0.010)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
Ingenuo	102.78	196.65	323.81	522.60
	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)

4.2 Pruebas de inclusión

Cuadro 10
Pruebas de inclusión de Chong y Hendry
 Horizonte a 3 meses
 Estadístico F, valor p en paréntesis

Incluye a >>	Arma	PT	TF	Var_Me	Var_Pe
Arma		16.75783 (0.0000)	21.84970 (0.0000)	10.02817 (0.0001)	10.32933 (0.0001)
PT	174.7162 (0.0000)		200.3796 (0.0000)	174.5221 (0.0000)	180.4153 (0.0000)
TF	5.954383 (0.0033)	9.393788 (0.0001)		6.374434 (0.0022)	6.613181 (0.0018)
Var_Me	44.70253 (0.0000)	54.17758 (0.0000)	62.24064 (0.0000)		46.50595 (0.0000)
Var_Pe	207.6608 (0.0000)	236.4621 (0.0000)	249.4880 (0.0000)	210.9437 (0.0000)	

Cuadro 11
Pruebas de inclusión de Chong y Hendry
Horizonte a 6 meses
 Estadístico F, valor p en paréntesis

Incluye a >>	Arma	PT	TF	Var_Me	Var_Pe
Arma		24.92966 (0.0000)	39.54196 (0.0000)	20.48899 (0.0000)	21.77949 (0.0000)
PT	149.8380 (0.0000)		187.3008 (0.0000)	149.8169 (0.0000)	161.9939 (0.0000)
TF	6.258298 (0.0025)	7.383476 (0.0009)		6.084130 (0.0029)	8.091603 (0.0005)
Var_Me	71.30965 (0.0000)	78.21634 (0.0000)	100.6152 (0.0000)		75.41675 (0.0000)
Var_Pe	131.1196 (0.0000)	149.5053 (0.0000)	175.6709 (0.0000)	134.0577 (0.0000)	

Cuadro 12
Pruebas de inclusión de Chong y Hendry
Horizonte a 12 meses
 Estadístico F, valor p en paréntesis

Incluye a >>	Arma	PT	TF	Var_Me	Var_Pe
Arma		37.95262 (0.0000)	77.92273 (0.0000)	35.92298 (0.0000)	35.74447 (0.0000)
PT	122.6964 (0.0000)		193.9017 (0.0000)	124.5830 (0.0000)	126.5303 (0.0000)
TF	2.389654 (0.0955)	2.153673 (0.1200)		1.964202 (0.1443)	3.311645 (0.0394)
Var_Me	75.56209 (0.0000)	79.81654 (0.0000)	132.4346 (0.0000)		77.47183 (0.0000)
Var_Pe	183.7228 (0.0000)	194.2682 (0.0000)	291.0224 (0.0000)	187.5165 (0.0000)	

Cuadro 13
Pruebas de inclusión de Chong y Hendry
Horizonte a 24 meses
 Estadístico F, valor p en paréntesis

Incluye a >>	Arma	PT	TF	Var_Me	Var_Pe
Arma		75.68087 (0.0000)	172.0679 (0.0000)	66.17676 (0.0000)	71.95839 (0.0000)
PT	124.6507 (0.0000)		263.5651 (0.0000)	123.9568 (0.0000)	137.2855 (0.0000)
TF	0.227780 (0.7966)	1.809173 (0.1681)		4.614479 (0.0117)	1.546222 (0.2172)
Var_Me	66.12716 (0.0000)	75.11635 (0.0000)	188.5693 (0.0000)		71.61710 (0.0000)
Var_Pe	254.6535 (0.0000)	285.5289 (0.0000)	503.6239 (0.0000)	253.9676 (0.0000)	

Cuadro 14
Pruebas de inclusión de Fair y Schiller
Horizonte a 3 meses
 Estadístico t, valor p en paréntesis

Modelos	Coefficiente β_1	Coefficiente β_2	Decisión
Arma – PT	0.199331 (0.6559)	13.12282 (0.0004)	PT incluye a Arma
Arma – TF	1.039729 (0.3096)	22.28717 (0.0000)	TF incluye a Arma
Arma – Var_Me	0.402253 (0.5269)	0.402253 (0.5269)	
Arma – Var_Pe	0.745810 (0.3893)	0.009999 (0.9205)	
PT - TF	7.213513 (0.0081)	15.10313 (0.0002)	
PT – Var_Me	12.29755 (0.0006)	0.071300 (0.7898)	PT incluye a Var_Me
PT – Var_Pe	13.70921 (0.0003)	0.001422 (0.9700)	PT incluye a Var_Pe
TF – Var_Me	21.81420 (0.0000)	1.261708 (0.2632)	TF incluye a Var_Me
TF – Var_Pe	21.94030 (0.0000)	0.001679 (0.9674)	TF incluye a Var_Pe
Var_Me – Var_Pe	1.378306 (0.2423)	0.007841 (0.9296)	

Cuadro 15
Pruebas de inclusión de Fair y Schiller
Horizonte a 6 meses

Estadístico t, valor p en paréntesis

Modelos	Coficiente β_1	Coficiente β_2	Decisión
Arma – PT	1.818226 (0.1797)	10.09711 (0.0018)	PT incluye a Arma
Arma – TF	1.490756 (0.2242)	32.03756 (0.0000)	TF incluye a Arma
Arma – Var_Me	0.003727 (0.9514)	1.167075 (0.2819)	
Arma – Var_Pe	1.698716 (0.1946)	5.113440 (0.0253)	Var_Pe incluye a Arma
PT - TF	2.623031 (0.1076)	23.84929 (0.0000)	TF incluye a PT
PT – Var_Me	7.041129 (0.0089)	0.085235 (0.7708)	PT incluye a Var_Me
PT – Var_Pe	13.80508 (0.0003)	8.823706 (0.0035)	
TF – Var_Me	28.93242 (0.0000)	0.091444 (0.7628)	TF incluye a Var_Me
TF – Var_Pe	30.69320 (0.0000)	3.768166 (0.0542)	
Var_Me – Var_Pe	1.978138 (0.1618)	4.201368 (0.0423)	Var_Pe incluye a Var_Me

Cuadro 16
Pruebas de inclusión de Fair y Schiller
Horizonte a 12 meses
 Estadístico t, valor p en paréntesis

Modelos	Coficiente β_1	Coficiente β_2	Decisión
Arma – PT	0.000883 (0.9763)	2.259940 (0.1351)	
Arma – TF	0.723933 (0.3964)	54.30509 (0.0000)	TF incluye a Arma
Arma – Var_Me	1.142881 (0.2870)	0.939039 (0.3343)	
Arma – Var_Pe	2.810279 (0.0960)	3.027030 (0.0842)	
PT – TF	0.163743 (0.6864)	50.41318 (0.0000)	TF incluye a PTh
PT – Var_Me	3.850715 (0.0518)	1.360805 (0.2455)	PT incluye a Var_Me
PT – Var_Pe	4.756885 (0.0309)	2.672621 (0.1044)	PT incluye a Var_Pe
TF – Var_Me	53.86336 (0.0000)	0.205160 (0.6513)	TF incluye a Var_Me
TF – Var_Pe	53.86336 (0.0000)	0.205160 (0.6513)	TF incluye a Var_Pe
Var_Me – Var_Pe	1.211505 (0.2730)	1.630300 (0.2039)	

Cuadro 17
Pruebas de inclusión de Fair y Schiller
Horizonte a 24 meses
 Estadístico t, valor p en paréntesis

Modelos	Coficiente β_1	Coficiente β_2	Decisión
Arma – PT	1.600383 (0.2083)	0.748508 (0.3886)	
Arma – TF	0.567100 (0.4529)	83.85677 (0.0000)	TF incluye a Arma
Arma – Var_Me	8.495402 (0.0042)	2.489638 (0.1172)	Var_Me incluye a Arma
Arma – Var_Pe	17.07042 (0.0001)	12.33427 (0.0006)	
PT – TF	3.388128 (0.0681)	90.05634 (0.0000)	
PT – Var_Me	5.435396 (0.0214)	0.414162 (0.5211)	PT incluye a Var_Me
PT – Var_Pe	11.58368 (0.0009)	7.929882 (0.0057)	
TF – Var_Me	118.4908 (0.0000)	14.59826 (0.0002)	
TF – Var_Pe	95.32616 (0.0000)	2.989291 (0.0863)	
Var_Me – Var_Pe	1.142887 (0.2872)	2.687632 (0.1037)	

Cuadro 18
Pruebas de inclusión de Harvey, Leybourne y Newbold
Horizonte a 3 meses
 Estadístico HLN, valor p en paréntesis

Incluye a >>	Arma	PT	TF	Var_Me	Var_Pe
Arma		2.003899 (0.04508)	2.103102 (0.0355)	2.012719 (0.04414)	-0.632355 (0.52716)
PT	4.020044 (0.0001)		4.186897 (0.0000)	3.788204 (0.00015)	2.287256 (0.02218)
TF	1.807895 (0.0706)	1.478224 (0.13935)		1.823043 (0.06830)	0.918195 (0.35852)
Var_Me	3.954018 (0.0000)	1.867202 (0.06187)	3.716609 (0.0002)		1.689454 (0.09113)
Var_Pe	1.182275 (0.2371)	1.193050 (0.23285)	1.200594 (0.2299)	1.189369 (0.23429)	

Cuadro 19
Pruebas de inclusión de Harvey, Leybourne y Newbold
Horizonte a 6 meses
 Estadístico HLN, valor p en paréntesis

Incluye a >>	Arma	PT	TF	Var_Me	Var_Pe
Arma		1.677759 (0.093394)	2.331074 (0.0198)	1.693313 (0.09040)	-0.589854 (0.55529)
PT	2.236045 (0.0254)		2.450490 (0.0143)	2.546620 (0.01088)	2.128928 (0.03326)
TF	1.248398 (0.2119)	0.603328 (0.546291)		0.632918 (0.52679)	0.120037 (0.904454)
Var_Me	3.161031 (0.0016)	1.320760 (0.18658)	3.418452 0.000630		2.418718 (0.015575)
Var_Pe	4.082856 (0.0000)	2.138242 (0.03250)	3.834157 (0.0001)	3.562230 (0.00037)	

Cuadro 20
Pruebas inclusión de Harvey, Leybourne y Newbold
Horizonte a 12 meses
 Estadístico HLN, valor p en paréntesis

Incluye a >>	Arma	PT	TF	Var_Me	Var_Pe
Arma		1.686533 (0.09169)	2.229088 (0.0258)	2.110842 (0.03479)	-0.157856 (0.87457)
PT	2.318073 (0.0204)		2.895698 (0.0038)	2.746666 (0.006020)	2.263067 (0.023632)
TF	0.606591 (0.5441)	0.253590 (0.79981)		0.240455 (0.80998)	-1.097831 (0.27227)
Var_Me	2.021704 (0.0432)	1.448735 (0.147412)	2.369736 (0.0178)		1.525416 (0.127155)
Var_Pe	2.780384 (0.0054)	0.040731 (0.967510)	0.701146 (0.4832)	6.003194 (0.0000)	

Cuadro 21
Pruebas de inclusión de Harvey, Leybourne y Newbold
Horizonte a 24 meses
 Estadístico HLN, valor p en paréntesis

Incluye a >>	Arma	PT	TF	Var_Me	Var_Pe
Arma		4.328616 (1.50E-05)	2.170524 (0.0300)	2.770388 (0.0056)	-0.570268 (0.568496)
PT	1.982389 (0.0474)		3.700775 (0.0003)	2.328071 (0.019908)	1.501275 (0.133284)
TF	-0.22320 (0.8234)	0.609360 0.542286		-0.810887 (0.417430)	-1.333924 (0.182229)
Var_Me	1.510762 (0.1309)	2.281105 (0.02254)	2.321629 (0.0203)		1.12831 (0.259189)
Var_Pe	2.503025 (0.0121))	2.641162 (0.008262)	1.909819 (0.0562)	1.964738 (0.049445)	

Anexo 5. Evaluación de Pronósticos

Cuadro 22
Estadísticas de evaluación de pronósticos por modelo
 Horizonte a 3 meses

Modelo	RECM	Observaciones
Arma	0.0152	
PT	0.0253	
TF	0.0138	
Var_Me	0.0181	
Var_Pe	0.0279	
Ingenuo	0.0143	
Métodos de combinación		
Comb. original	0.0136	
MCP- CR	0.0150	Coeficientes negativos
MCP- HK	0.0131	
EE- HK	0.0096	Coeficientes negativos
TS-DGT	0.0331	Coeficientes negativos
Promedio simple	0.0145	

Cuadro 23
Estadísticas de evaluación de pronósticos por modelo
 Horizonte a 6 meses

Modelo	RECM	Observaciones
Arma	0.0225	
PT	0.0342	
TF	0.0188	
Var_Me	0.0281	
Var_Pe	0.0333	
Ingenuo	0.0200	
Métodos de combinación		
Comb. original	0.0191	
MCP- CR	0.0202	Coeficientes negativos
MCP- HK	0.0173	Coeficientes negativos
EE- HK	0.0191	Coeficientes negativos
TS-DGT	0.0300	Coeficientes negativos
Promedio simple	0.0205	

Cuadro 24
Estadísticas de evaluación de pronósticos por modelo
 Horizonte a 12 meses

Modelo	RECM	Observaciones
Arma	0.0338	
PT	0.0455	
TF	0.0235	
Var_Me	0.0398	
Var_Pe	0.0528	
Ingenuo	0.0276	
Métodos de combinación		
Comb. original	0.0245	
MCP- CR	0.0220	Coeficientes negativos
MCP- HK	0.0266	Coeficientes negativos
EE- HK	0.0066	Coeficientes negativos
TS-DGT	0.0195	Coeficientes negativos
Promedio simple	0.0271	

Cuadro 25
Estadísticas de evaluación de pronósticos por modelo
 Horizonte a 24 meses

Modelo	RECM	Observaciones
Arma	0.0461	
PT	0.0537	
TF	0.0237	
Var_Me	0.0461	
Var_Pe	0.0709	
Ingenuo	0.0321	
Métodos de combinación		
Comb. original	0.0276	
MCP- CR	0.0347	Coeficientes negativos
MCP- HK	0.0218	Coeficientes negativos
EE- HK	0.0112	Coeficientes negativos
TS-DGT	0.0262	Coeficientes negativos
Promedio simple	0.0339	

Anexo 6. Pruebas de Granger y Newbold

Cuadro 26
Pruebas de Granger y Newbold para diferencias en ECM

Horizonte	Combinaciones	P-value de la pendiente
3 meses	Modelo MCP-HK y Comb. original	0.1165
6 meses	Comb. original y Modelo TF	0.7134
12 meses	Comb. original y Modelo TF	0.0002
24 meses	Comb. original y Modelo TF	0.0011