



Modelación de datos atípicos y cambios estructurales en el PIB

Cristian Cruz Torres

Departamento de Investigación Económica

Banco Central de Honduras

cristian.cruz@bch.hn

Recibido: 21 de agosto del 2025

Publicado: 14 de enero de 2026

Resumen

En este artículo se analizan los datos del PIB en dos metodologías. El primero consiste en expresar el PIB como un modelo lineal dinámico, donde se separa la suma del producto potencial y la brecha del producto; el producto potencial se expresa como un modelo de crecimiento lineal y la brecha del producto como un modelo autorregresivo de orden 2. La segunda metodología consiste en hacer una modelación del PIB para detectar valores atípicos y cambios estructurales; esto se hace a través de tres modelos: el modelo d-Gamma-Inversa, el modelo t-Student-Beta2 y el Lasso Bayesiano. Ambos tipos de metodologías también se aplican desagregando el PIB en sus principales actividades: agropecuario, manufactura y de servicios, resultando en un modelo multivariado. Se obtienen resultados con los modelos y finalmente se presentan las principales conclusiones.

Palabras clave: PIB; Cambios estructurales; Modelos lineales dinámicos; Lasso Bayesiano.

Clasificación JEL: C22, C46, E44, F43.



Modeling Outliers and Structural Breaks in GDP

Cristian Cruz Torres
Department of Economic Research
Banco Central de Honduras
cristian.cruz@bch.hn

Received: July 9th, 2025

Published: 14 de enero de 2026

Resumen

In this article, GDP data are analyzed using two methodologies. The first consists of expressing GDP as a dynamic linear model, where it is separated into the sum of potential output and the output gap; potential output is expressed as a linear growth model, and the output gap as an autoregressive model of order 2. The second methodology involves modeling GDP to detect outliers and structural breaks; this is done through three models: the d-Gamma-Inverse model, the Student-t Beta2 model, and the Bayesian Lasso. Both types of methodologies are also applied by disaggregating GDP into its main sectors: agriculture, industry, and services, resulting in a multivariate model. Results from the models are obtained, and the main conclusions are then presented.

Keywords: GDP; structural breaks; Dynamic linear models; Bayesian Lasso.

JEL Classification: C21, C38, E44, F43.

1 Introducción

El PIB es una medida macroeconómica que representa el valor total de todos los bienes y servicios producidos en una economía durante un período de tiempo específico, por lo general, un trimestre o un año (Mankiw, 2019). Es una medida ampliamente utilizada para evaluar el tamaño y el bienestar económico de un país.

Su cálculo se basa en sumar el valor monetario de todos los bienes y servicios producidos en el país. Incluye tanto la producción de bienes tangibles como la prestación de servicios, y abarca todas las etapas de producción, desde la extracción de materias primas hasta la venta final de productos terminados. Se divide en tres enfoques principales (Bloem, Dippelsman y Mæhle, 2001):

1. **Enfoque de producción:** suma el valor agregado bruto en cada etapa de producción, esto incluye los márgenes de beneficio en cada etapa.
2. **Enfoque de gasto:** es la suma del gasto total realizado en bienes y servicios en la economía. Esto incluye el consumo de los hogares, la inversión empresarial y de gobierno, el gasto del gobierno y las exportaciones netas (exportaciones menos importaciones).
3. **Enfoque de ingresos:** suma de todos los ingresos generados en la economía, incluidos los salarios, los beneficios empresariales y los impuestos netos sobre la producción y la importación.

Conocer el PIB es esencial para obtener una imagen precisa y completa de la economía de un país. Ayuda a los responsables de la política económica, a los analistas y a los investigadores a tomar decisiones informadas y a diseñar estrategias efectivas para promover un crecimiento económico sostenible y beneficioso para la sociedad. No obstante, está sujeto a poseer datos atípicos (*outliers*) y cambios estructurales en su tendencia, siendo importante identificarlos por varias razones (Clements y Hendry, 1996):

- **Detección de anomalías:** Los datos atípicos, también conocidos como valores aberrantes, son observaciones que difieren significativamente de los patrones generales en los datos. Pueden deberse a factores temporales, eventos inusuales o errores de medición. Identificar y entender estos datos atípicos es crucial, ya que pueden distorsionar la interpretación de la situación económica

y la tendencia subyacente de una economía. Al reconocer y analizar estos valores, los responsables de la política económica y los analistas pueden evitar decisiones incorrectas basadas en información engañosa.

- **Cambios estructurales:** Los cambios estructurales en una economía, como los avances tecnológicos, los cambios en la composición sectorial, las reformas políticas o los desastres naturales, pueden tener un impacto significativo en la producción y el crecimiento económico a largo plazo. Identificar y comprender estos cambios es fundamental para evaluar cómo afectan la capacidad de una economía para generar riqueza y empleo en el futuro. Los cambios estructurales pueden alterar la forma en que se mide y se interpreta el PIB, lo que, a su vez, influye en las decisiones económicas y políticas (Pesaran y Timmermann, 2007).
- **Formulación de políticas:** Tanto los datos atípicos como los cambios estructurales pueden tener implicaciones importantes para la formulación de políticas económicas. Por ejemplo, un aumento repentino y significativo en el PIB debido a un evento único (como un gran proyecto de construcción) podría llevar a decisiones equivocadas si no se reconoce que es un evento aislado. De manera similar, los cambios estructurales pueden requerir ajustes en las estrategias de desarrollo económico y en las políticas fiscales y monetarias para garantizar un crecimiento sostenible.
- **Predicciones y planificación:** Los datos atípicos pueden afectar la precisión de las predicciones económicas. Si no se reconocen ni se ajustan adecuadamente, pueden dar lugar a estimaciones erróneas del crecimiento económico futuro. Comprender los cambios estructurales, por otro lado, permite una planificación más precisa a largo plazo y la adaptación a nuevas circunstancias económicas.

El objetivo de este trabajo es realizar una modelación de los datos atípicos y los cambios estructurales en el PIB. Para hacer este análisis, se propone descomponerlo como la suma del producto potencial y la brecha del producto, donde estas últimas son consideradas como variables latentes, es decir, que son variables no observables (Kuttner, 1994). La brecha del producto se define como la diferencia entre el PIB y el producto potencial, lo cual es útil para medir tendencias inflacionarias a través de una relación de oferta agregada. Las ecuaciones del PIB y de la brecha del producto se pueden escribir como un modelo bivariado de componentes no observables que se pueden estimar por

máxima verosimilitud utilizando el filtro de Kalman.

Campagnoli, Petrone y Petris (2009) siguen el enfoque de Kuttner (1994) separando el PIB en dos componentes no observables, tratándolos como estados latentes en un modelo lineal dinámico (DLM), donde proponen una estructura en las varianzas de la ecuación de observación y estado que permite modelar los valores atípicos y rupturas estructurales como una generalización del modelo d-Gamma Inversa. Fúquene, Pérez y Pericchi (2014) proponen una alternativa al modelo d-Gamma Inversa en un contexto Bayesiano utilizando distribuciones a priori t-Student-Beta² para los datos atípicos en un DLM. Una tercera propuesta es adaptar un modelo Lasso en un DLM para detectar los valores atípicos, donde este representa una novedad para este tipo de aplicaciones. En la literatura existen otras propuestas para la detección de los cambios estructurales, como por ejemplo los artículos de Barnett, Chauvet y Leiva-Leon (2016) y Jimeno-Serrano, Moral y Saiz (2006) que proponen modelos Markovianos de cambio de régimen.

En este estudio, también se pretende separar el PIB en las actividades (agricultura, manufactura y servicios), esta separación es importante ya que: (a) permite medir y evaluar la contribución de cada actividad a la economía de un país. Esto proporciona información clave sobre la estructura económica y el desempeño de cada actividad en particular. (b) Al analizar los cambios en la participación relativa de cada actividad en el PIB a lo largo del tiempo, se pueden identificar tendencias y cambios estructurales en la economía. Por ejemplo, si la participación de servicios está aumentando mientras que la del agropecuario está disminuyendo, esto puede indicar una transición hacia una economía más basada en servicios. (c) Proporciona información valiosa para la formulación de políticas económicas. Permite identificar las actividades que impulsan el crecimiento económico y aquellas que pueden requerir apoyo o intervención del gobierno. (d) Finalmente, permite evaluar el nivel de desarrollo económico de un país. Los países en etapas iniciales de desarrollo suelen tener una mayor participación de la actividad agropecuaria en el PIB, mientras que los países más avanzados tienden a tener una mayor participación en los servicios. Esta desagregación puede ayudar a comparar el desarrollo económico entre diferentes países y medir el progreso a lo largo del tiempo (Lequiller y Blades, 2014).

Por lo tanto, estas actividades servirán para la detección de valores atípicos y cambios estructurales, donde consideraremos el mismo modelo de variables latentes para cada uno, para luego

analizarlos de forma agregada y obtener un modelo multivariado. Modelar los datos atípicos y cambios estructurales nos permitirá concluir que, dado que se ha identificado un cambio estructural en el PIB, podremos identificar en qué actividad fue originado el mismo.

El documento está organizado de la siguiente forma: en la sección 2 se describen los fundamentos de los modelos lineales dinámicos (DLM). En la sección 3 se muestran los resultados de aplicar los DLM para estimar el producto potencial y la brecha del producto para el PIB. La sección 4 aplica los modelos de detección de valores atípicos y cambios estructurales para los datos del PIB y para la desagregación en sus principales actividades. En la sección 5 se analizan los resultados para cada una de las actividades económicas de manera individual. Finalmente, la sección 6 presenta las principales conclusiones del estudio.

2 Modelos lineales dinámicos

Un modelo lineal dinámico (DLM) (West y Harrison, 1997), es un modelo de series temporales donde las observaciones Y_t se suponen igualmente espaciadas en el tiempo, está definido por la cuádrupla $\{F_t, G_t, V_t, W_t\}$ y las ecuaciones:

$$Y_t = F_t' \theta_t + v_t, \quad v_t \sim N(0, V_t) \quad (1)$$

$$\theta_t = G_t \theta_{t-1} + w_t, \quad w_t \sim N(0, W_t) \quad (2)$$

donde F_t es una matriz de dimensión $n \times r$, G_t es de dimensión $n \times n$, V_t y W_t son matrices de covarianzas de $r \times r$ y $n \times n$ respectivamente. Y_t es el vector de observaciones de dimensión $r \times 1$ y θ_t es el vector de parámetros de dimensión $n \times 1$ para $t = 1, 2, \dots$, v_t y w_t son internamente y mutuamente independientes.

A la ecuación (1) se conoce como ecuación de observación, definiendo la distribución muestral de Y_t condicionada a θ_t . La ecuación (2) es la ecuación de estado, la cual define la evolución del vector de estado θ_t .

2.1 Modelación del PIB a través del Producto Potencial y la brecha del producto

Modelar la brecha del producto es importante en política monetaria. La brecha del producto es la diferencia entre el PIB y el producto potencial de la economía. El diferencial entre ambos es considerado relevante para determinar tendencias inflacionarias. Por tanto, es crucial poder separarlas y dado que son no observables, tratarlas como estados latentes en un DLM resulta particularmente más interesante.

El modelo propuesto por Kuttner (1994) es dado por:

$$\begin{aligned}
 Y_t &= Y_t^{(p)} + Y_t^{(g)}, \\
 Y_t^{(p)} &= Y_{t-1}^{(p)} + \delta_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2), \\
 \delta_t &= \delta_{t-1} + z_t, \quad z_t \sim N(0, \sigma_z^2), \\
 Y_t^{(g)} &= \phi_1 Y_{t-1}^{(g)} + \phi_2 Y_{t-2}^{(g)} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2),
 \end{aligned} \tag{3}$$

donde Y_t es el logaritmo del producto, $Y_t^{(p)}$ representa el logaritmo del producto potencial y $Y_t^{(g)}$ el logaritmo de la brecha del producto. Este modelo puede ser visto como un DLM que se obtiene como la suma de dos componentes, un componente de tendencia estocástica para el producto potencial y un componente residual AR(2) estacionario para la brecha del producto. El orden del proceso AR(2) permite que los residuos, es decir, las desviaciones de la tendencia, tengan una función de autocorrelación cíclica, que es algo que a menudo se observa en las series de tiempo económicas.

Escribiendo el modelo en el formato del DLM, las matrices quedan identificadas como:

$$\begin{aligned}
 F_t &= [1 \ 0 \ 1 \ 0]', \\
 G_t &= \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline - & - & - & - \\ 0 & 0 & \phi_1 & 1 \\ 0 & 0 & \phi_2 & 0 \end{array} \right], \\
 V_t &= [0], \\
 W_t &= \text{diag}(\sigma_\epsilon^2, \sigma_z^2, \sigma_u^2, 0).
 \end{aligned}$$

Note que en la matriz G_t podemos identificar que el primer bloque diagonal de 2×2 corresponde a la ecuación del producto potencial ($Y_t^{(p)}$) y el segundo bloque diagonal de 2×2 a la brecha del producto ($Y_t^{(g)}$). El modelo resultante tiene cinco parámetros desconocidos; σ_ϵ^2 y σ_z^2 para el componente de tendencia, y ϕ_1 , ϕ_2 y σ_u^2 para el componente AR(2). La estimación de los parámetros desconocidos se realiza por máxima verosimilitud aplicando el filtro y suavizador de Kalman. Además, se impone una restricción a los coeficientes del AR(2) para garantizar la estacionariedad:

$$\phi_1 + \phi_2 < 1,$$

$$\phi_1 - \phi_2 > -1,$$

$$|\phi_2| < 1.$$

2.2 PIB por Rama de Actividad Económica

Según United Nations (2009), las actividades económicas incluyen las agropecuarias: Agricultura, Ganadería, Caza, Silvicultura y Pesca; las actividades de Explotación de Minas y Canteras; y la Industria Manufacturera y servicios referidos a las actividades: Electricidad y Distribución de Agua; Construcción; Comercio, Reparación de Vehículos Automotores, Motocicletas, Efectos Personales y Enseres Domésticos; Hoteles y Restaurantes; Transporte y Almacenamiento; Comunicaciones; Intermediación Financiera; Propiedad de Vivienda; Actividades Inmobiliarias y Empresariales; Administración Pública

y Defensa; Servicios de Enseñanza; Servicios Sociales y de Salud; Servicios Comunitarios, Sociales y Personales.

Las Actividades Económicas (AE) de la economía se pueden agrupar en: agropecuario, manufactureras (industria manufacturera, minas y canteras) y servicios. Se considera el mismo DLM para cada uno de ellos, con el objetivo de hacer una estimación del producto potencial y brecha del producto para cada uno, se trata cada AE como un modelo univariado que al integrarlos se obtiene un modelo DLM multivariado.

El modelo para cada actividad tiene la forma:

$$\begin{aligned}
 F_a &= F_m = F_s = [1 \ 0 \ 1 \ 0]', \\
 G_a &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_1 & 1 \\ 0 & 0 & \phi_2 & 0 \end{bmatrix}, \\
 G_m &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_3 & 1 \\ 0 & 0 & \phi_4 & 0 \end{bmatrix}, \\
 G_s &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_5 & 1 \\ 0 & 0 & \phi_6 & 0 \end{bmatrix}, \\
 V_a &= V_m = V_s = [0], \\
 W_a &= \text{diag}(\sigma_{\epsilon a}^2, \sigma_{z a}^2, \sigma_{u a}^2, 0), \\
 W_m &= \text{diag}(\sigma_{\epsilon m}^2, \sigma_{z m}^2, \sigma_{u m}^2, 0), \\
 W_s &= \text{diag}(\sigma_{\epsilon s}^2, \sigma_{z s}^2, \sigma_{u s}^2, 0).
 \end{aligned}$$

por tanto, cuando se hace una superposición de los tres modelos, las matrices del modelo completo

adquieren la forma:

$$F_t = \begin{bmatrix} F_a & 0 & 0 \\ 0 & F_m & 0 \\ 0 & 0 & F_s \end{bmatrix},$$

$$G_t = \begin{bmatrix} G_a & 0 & 0 \\ 0 & G_m & 0 \\ 0 & 0 & G_s \end{bmatrix},$$

$$V_t = \text{diag}(V_a, V_m, V_s),$$

$$W_t = \text{diag}(W_a, W_m, W_s).$$

El modelo resultante posee quince parámetros desconocidos, se tiene un particular interés en los autorregresivos AR: $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$ y ϕ_6 deben pertenecer a la región estacionaria que es definida como:

$$\begin{aligned} \phi_1 + \phi_2 &< 1 & \phi_3 + \phi_4 &< 1 & \phi_5 + \phi_6 &< 1 \\ \phi_1 - \phi_2 &> -1 & \phi_3 - \phi_4 &> -1 & \phi_5 - \phi_6 &> -1 \\ |\phi_2| &< 1 & |\phi_4| &< 1 & |\phi_6| &< 1 \end{aligned}$$

3 Producto Potencial y Brecha del Producto

En esta sección se aplican los modelos propuestos en la sección anterior para analizar los datos en series de tiempo del PIB de Honduras en valores constantes. Para cada período $t = 1, \dots, T$, sea Y_t la serie de tiempo observada, en las figuras 1 y 2 se tienen los datos trimestrales desestacionalizados transformados en logaritmo del PIB desde 2000Q1 hasta 2025Q1 y los datos del Valor Agregado Bruto (VAB) de las AE agropecuarias, manufactureras y de servicios. Estos datos pueden ser consultados en <https://sisee.bch.hn/>.

Al observar la figura 1 podemos notar que hay dos períodos notorios donde se observan valores atípicos, en 2008 y en 2020, los cuales coinciden con la crisis financiera mundial y con la pandemia del Covid-19, respectivamente. En la figura 2 podemos notar también que en estos dos

Figura 1: Logaritmo del Producto Interno Bruto (PIB real).

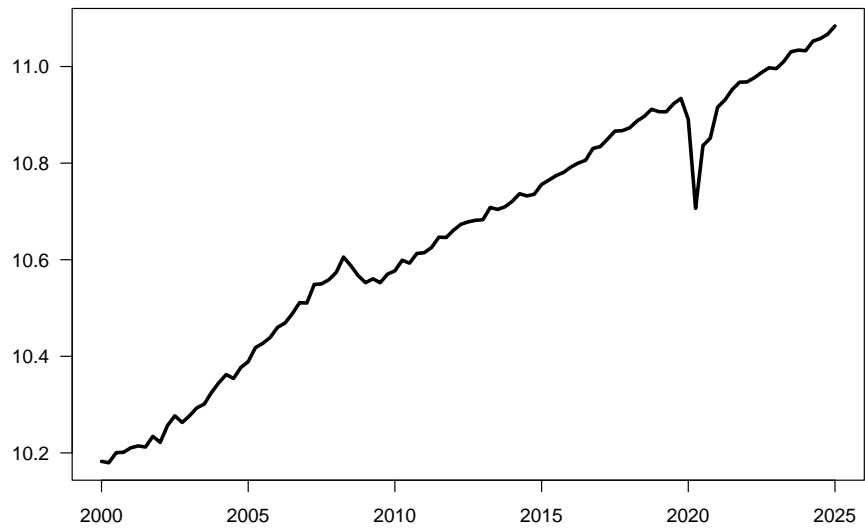
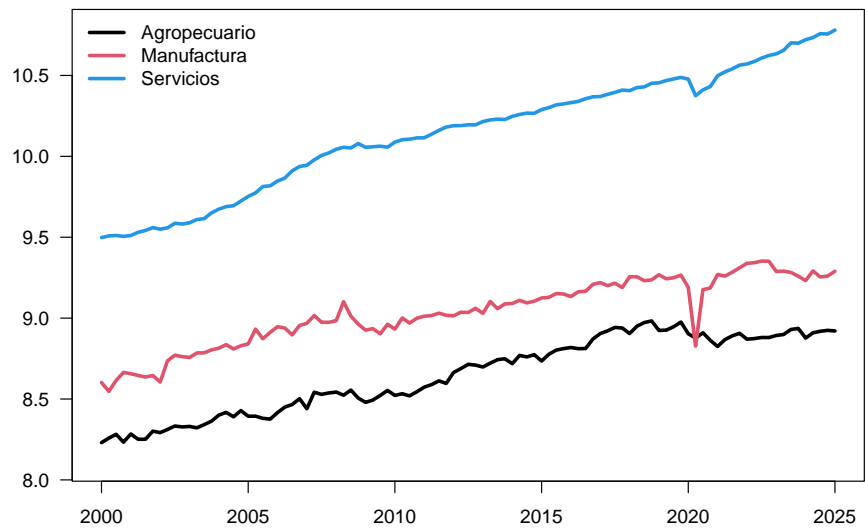


Figura 2: Logaritmo del valor agregado bruto de la AE agropecuaria, manufactura y servicios.



períodos corresponden a datos atípicos en la manufactura y de servicios, el cual es más pronunciado en la manufactura, dado que esta AE fue una de las más afectadas en ambas crisis por la caída en los flujos comerciales con el exterior. En el agropecuario no se ve aparentemente algún dato atípico. Note también que en servicios, que constituyen el conjunto de AE de mayor peso en la economía hondureña por el número que lo componen.

3.1 Estimación por máxima verosimilitud

Una consecuencia inmediata del modelo dado en las ecuaciones (3), es que el PIB está escrito como la suma del PIB potencial y la brecha del producto, donde estas dos están siendo consideradas como variables latentes, es decir, no son directamente observables, pero pueden ser estimadas. Se definen los parámetros como $\psi_1 = \ln(\sigma_\epsilon^2)$, $\psi_2 = \ln(\sigma_z^2)$, $\psi_3 = \ln(\sigma_u^2)$, $\psi_4 = \phi_1$ y $\psi_5 = \phi_2$. Procedemos a hacer una estimación por máxima verosimilitud, esta estimación se realiza usando la librería *dlm* del lenguaje *R*; note que en este punto estamos suponiendo que las varianzas son constantes. Por tanto, las estimaciones puntuales son: $\hat{\sigma}_\epsilon = 0.0167$, $\hat{\sigma}_z = 0.0010$, $\hat{\sigma}_u = 0.0170$, $\hat{\phi}_1 = 0.503$ y $\hat{\phi}_2 = 1.65 \times 10^{-6}$. Las estimaciones del AR(2) satisfacen la condición de estacionariedad; note que la estimación de ϕ_2 es prácticamente cero, por lo que podemos concluir que la estimación de la brecha del producto sigue un modelo AR(1). Para dar más refuerzo a esta conclusión se procedió analizar la significancia de estas estimaciones, en el cuadro 1 se muestran sus estimaciones con sus respectivos intervalos de confianza del 95%. Podemos ver que al 5% de significancia el parámetro ϕ_1 no es significativo, sin embargo, la mayor masa de probabilidad es para valores mayores que 0. Los coeficientes para las desviaciones estándar son todos significativamente diferentes de cero.

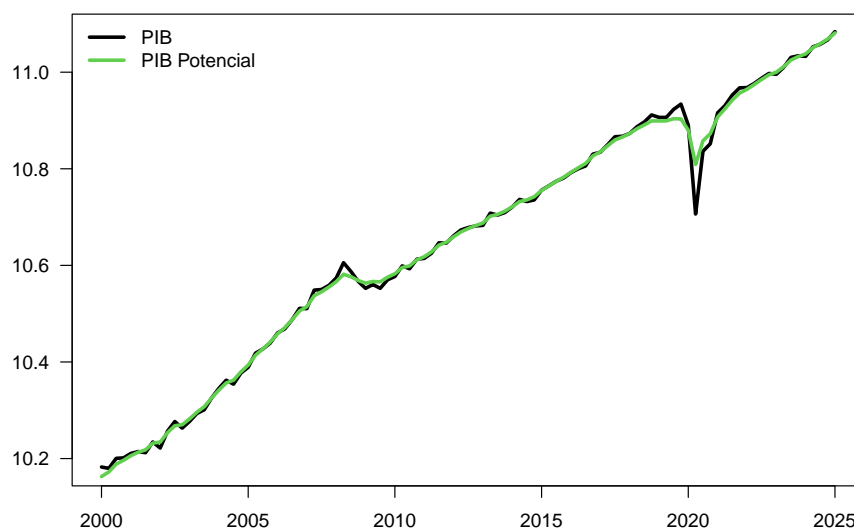
Cuadro 1: Estimación de los coeficientes por máxima verosimilitud

Parámetro	Coefficiente	IC 95%
ϕ_1	0.503	[-0.195, 1.202]
ϕ_2	1.65×10^{-6}	[-0.001, 0.001]
σ_ϵ	0.0167	[0.0041, 0.0679]
σ_z	0.0010	[0.0003, 0.0029]
σ_u	0.0170	[0.0047, 0.0615]

Usando estos valores estimados, procedemos a aplicar el suavizador de Kalman a la serie, en la figura 3 graficamos el PIB con la estimación suavizada del producto potencial, y en la figura 4 se

muestra la estimación suavizada del producto potencial y la brecha del producto. Note que en la brecha del producto se pueden ver que hay oscilaciones, donde la más pronunciada se da en el 2020 con un valor negativo, lo que significa que el PIB estuvo por debajo del PIB potencial (tal como se corrobora en la figura 3), es decir, que denota excesos de capacidad instalada y sugiere que no existieron presiones inflacionarias por el lado de la demanda a raíz de la pandemia del Covid-19. Cuando el nivel de producción del país (el PIB observado) supera a su nivel potencial, la brecha del producto sería positiva y se estarían generando presiones inflacionarias por el lado de la demanda, como puede ser visto en el período del 2008-2009, como consecuencia de la crisis financiera mundial.

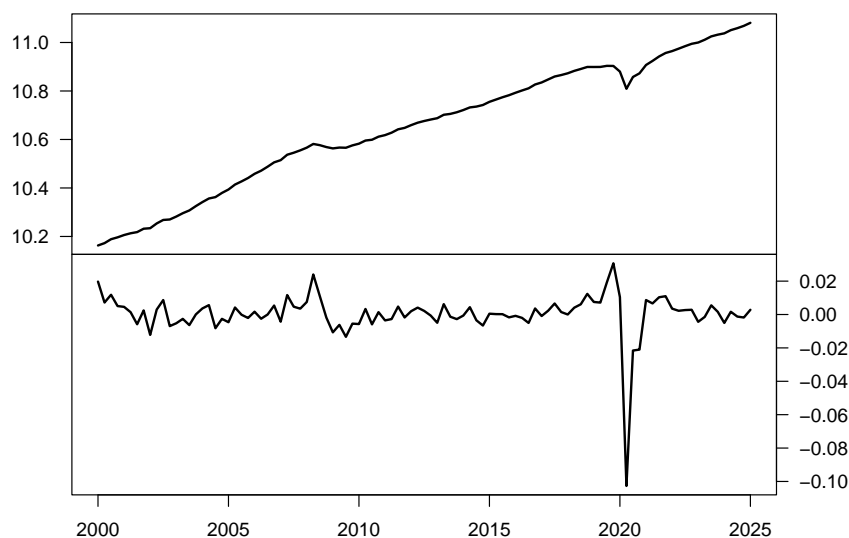
Figura 3: Producto interno bruto y estimación suavizada del producto potencial



Con el propósito de identificar los cambios en la tasa de crecimiento del producto potencial de Honduras inducidos por los choques de demanda y oferta agregada, resultado de las medidas de contención adoptadas a nivel mundial para controlar la propagación del Covid-19, se realizaron las estimaciones para el período previo a la pandemia (2000-2019) y para el período actual (2000-2024).

Al analizar las estimaciones se encontró que en promedio el crecimiento del PIB potencial relevante para la inflación para el período 2000 a 2019 fue de 3.80%. Por su parte, para el período

Figura 4: Estimación suavizada del producto potencial (arriba) y de la brecha del producto (abajo)



2000 a 2024, el promedio de los resultados indica una tasa de crecimiento de 3.63% del PIB potencial; capturando el impacto económico de los choques negativos derivados de la pandemia del Covid-19, estos resultados están en concordancia a los presentados por Martínez (2021). Cabe mencionar que en un estudio anterior realizado por Álvarez (2015), la estimación del producto potencial para el período 2000 al 2014 fue de 3.8%, lo cual muestra que el crecimiento del PIB potencial se ha mantenido constante en los períodos anteriores a la pandemia.

Para la brecha del producto, se identifica que en la crisis económica y política del 2008-2009 su punto más alto fue de 2.4%. Por otra parte, entre 2011 y 2019 el producto se mantuvo cercano a su nivel potencial, reflejando en promedio una desviación de 0.2%. Finalmente, la contracción económica de 2020, resultado principalmente de la pandemia del Covid-19, condujo a una caída del producto por debajo de su potencial, de manera que se estima una brecha de producto promedio de -3.4% para ese año. Adicionalmente, cabe destacar que en el 2020Q2 la brecha promedio fue -10.2%, considerando que en 2020Q2 y 2020Q3 fue de mayor restricción de movilidad y cierre total o parcial de diversos sectores económicos del país.

En la figura 5 se realizó el ejercicio de hacer la estimación del producto potencial y brecha del producto para las tres AE consideradas, agropecuario (arriba), manufactura (centro) y servicios (abajo). Note que existe una gran similitud entre la estimación del PIB total de la figura 4 con el manufacturero, ambos presentan un comportamiento muy parecido en el producto potencial y en la brecha del producto, en vista que esta AE refleja con bastante precisión la dinámica del ciclo económico y gran parte de las fluctuaciones relevantes de la economía se generan y manifiestan con fuerza en la producción manufacturera. Los servicios también exhiben alguna similitud en la estimación del producto potencial. Note que tanto en la manufactura como en servicios se estima una gran brecha negativa para el 2020 a raíz del Covid-19.

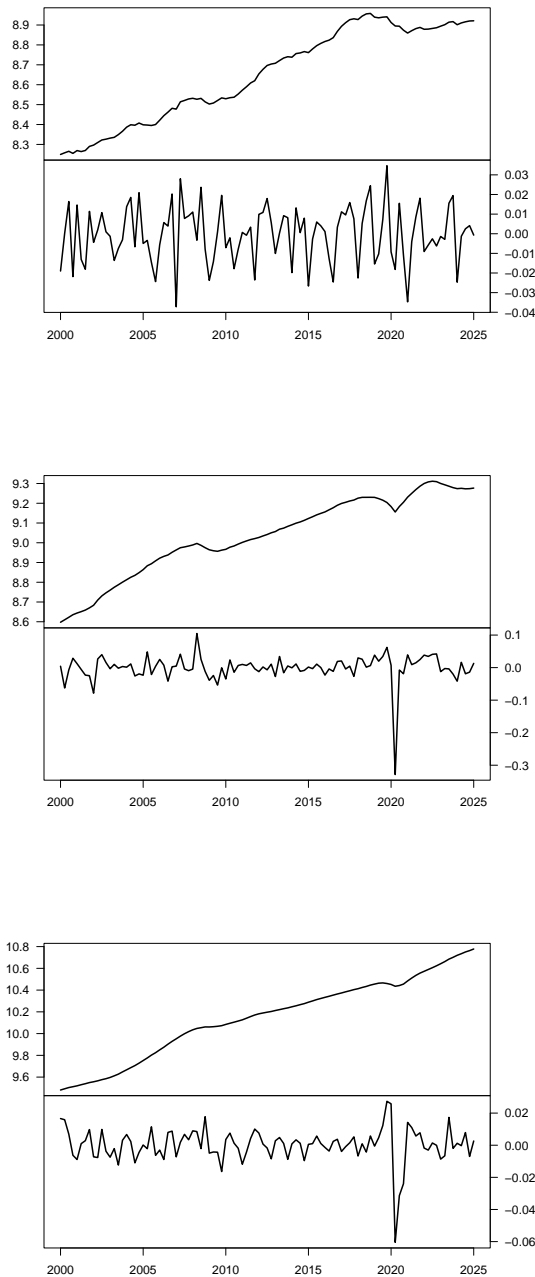
Cabe mencionar que la AE agropecuaria muestra un comportamiento diferente a las otras dos AE y al PIB total, esto puede ser explicado debido a una serie de factores que son inherentes a las características y dinámicas específicas de la agricultura y la ganadería, como ser factores climáticos, ciclos de siembra y cultivo, patrones estacionales de la producción y un vínculos más próximos con la demanda interna, tanto como bien intermedio para satisfacer la demanda intermedia de la manufactura y otras AE, como de bien final para el comercio y el consumo final de los hogares. En particular durante la pandemia del Covid-19 la demanda de alimentos no disminuyó lo que permitió que muchas operaciones agropecuarias continuaran funcionando por la naturaleza de su producción, además de que algunos productos agrícolas tienen ciclos de producción específicos que no fueron interrumpidos durante la pandemia.

Al analizar las estimaciones del crecimiento del producto potencial agropecuario, manufactura y servicios en los períodos 2000-2019 y 2000-2024, en el cuadro 2 podemos ver los resultados, note que se refleja el impacto económico de los choques negativos derivados de la pandemia del Covid-19, dando como resultado una reducción en el crecimiento para el producto potencial de las tres actividades.

Cuadro 2: Crecimiento del producto potencial para la actividad agropecuaria, manufactura y servicios en los períodos 2000-2019 y 2000-2024

Período	Agropecuario	Manufactura	Servicios
2000-2019	3.58%	3.16%	5.07%
2000-2024	2.81%	3.05%	5.04%

Figura 5: Estimación del producto potencial y de la brecha del producto para: Agropecuario (arriba), Manufactura (centro) y Servicios (abajo)



Con respecto a la brecha del producto, se identifica que las crisis económicas han afectado de manera diferente a las AE. La actividad agropecuaria aparentemente no se ve tan afectada, tal como se corrobora en la figura 5. La manufactura, en la crisis económica y política del 2008-2009 su punto

más alto fue de 10.4% y por la pandemia Covid-19 llegó a caer en -32.8%. Para los servicios, el punto más bajo para el 2020 fue de -6.0%, en la sección 5 se hace un análisis más en detalle por cada actividad de manera individual. En conclusión podemos identificar que ambas crisis han afectado en mayor medida a la manufactura.

3.2 Estimación bayesiana

Un problema que presenta el cálculo por máxima verosimilitud es que su estimador puede ser inestable, esto depende de la región paramétrica que se desea optimizar, es decir, si esta región es un poco plana (*flat*) entonces la convergencia a su valor máximo puede llegar a depender del punto inicial en el algoritmo. Debido a este problema de estabilidad, se decidió hacer la estimación del modelo también por métodos bayesianos.

Para hacer la estimación se utilizó el método *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), usando el algoritmo de *Gibbs Sampling*. Para la estimación de los parámetros fijos del modelo AR(2), ϕ_1 y ϕ_2 , se usa el ARMS (*Adaptive Rejection Metropolis Hastings*). Y para las varianzas de los errores se aplica también el *Gibbs Sampling*, dado que sus distribuciones condicionales completas son distribuciones Gamma Inversas.

Las estimaciones de los parámetros para los datos del PIB son $\tilde{\sigma}_\epsilon = 0.0173$, $\tilde{\sigma}_z = 0.0133$, $\tilde{\sigma}_u = 0.0164$, $\tilde{\phi}_1 = 0.236$ y $\tilde{\phi}_2 = 0.272$. En la figura 6 se muestra las cadenas a posteriori de los parámetros σ_ϵ , σ_z y σ_u , donde podemos ver que muestran comportamiento estacionario, por lo que se asegura su convergencia, además se representa en línea roja la media a posteriori de cada uno de los parámetros. Note que las estimaciones de las desviaciones estándar σ_ϵ y σ_u son muy similares a las obtenidas en la sección 3.1 por máxima verosimilitud, sin embargo la estimación de los parámetros ϕ_1 y ϕ_2 si muestran diferencias considerables, debido a esto se presenta en la figura 7 los histogramas de las distribuciones a posteriori de ϕ_1 y ϕ_2 . Dado que estos parámetros muestran una densidad asintótica normal, nos quedaremos con las estimaciones obtenidas por estas medias a posteriori, por lo que terminamos concluyendo que la brecha del producto sigue un AR(2), lo cual es más útil para explicar su comportamiento oscilatorio.

Figura 6: Cadena de Markov y media a posteriori de los parámetros σ_{ϵ_t} , σ_z y σ_u .

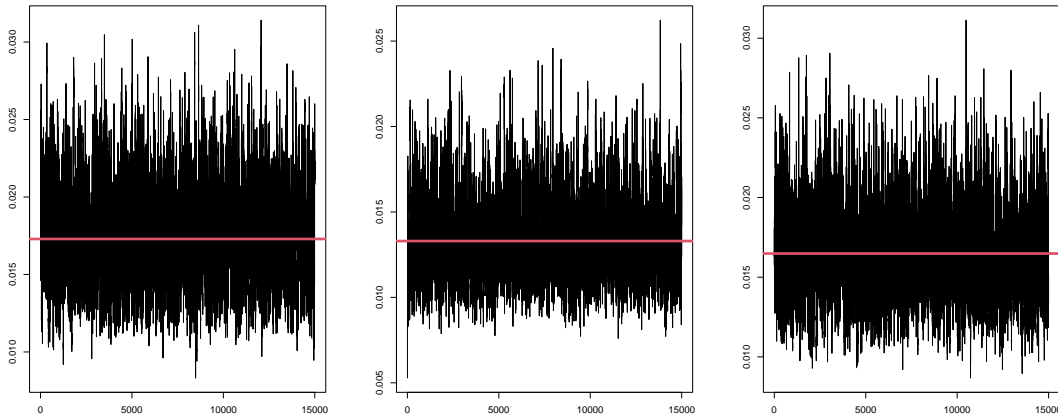
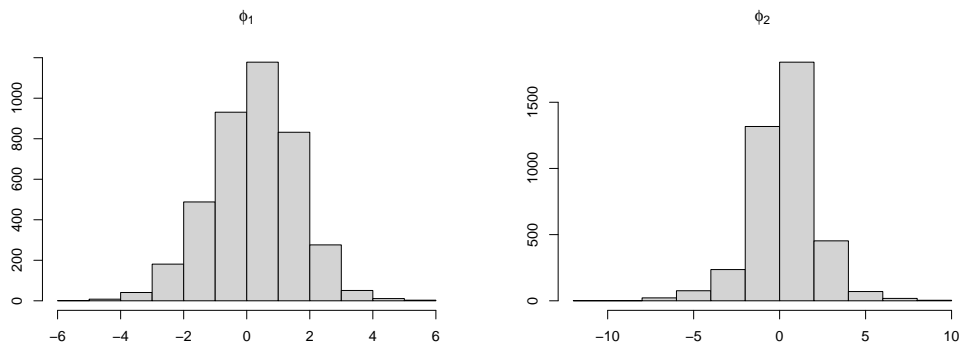


Figura 7: Histogramas de las muestras a posteriori de los parámetros ϕ_1 y ϕ_2 .



4 Modelación de datos atípicos y cambios estructurales

Se proponen tres metodologías para modelar y detectar valores atípicos y cambios estructurales en las observaciones de los datos del PIB, los cuales pueden ser modelados a través de las variables de estado en el DLM, siendo estos: el modelo d-Gamma-Inversa de Campagnoli, Petrone y Petris (2009), el modelo t-Student-Beta2 de Fúquene, Pérez y Pericchi (2014) y el Lasso Bayesiano (Park y Casella, 2008). En el Apéndice A se tiene la descripción de cada metodología.

4.1 Resultados: PIB total

Para estudiar la detección de valores atípicos y cambios estructurales en el PIB, es necesario partir nuevamente del modelo presentado en las ecuaciones (3), note que cuando se estudió el PIB

como la suma del producto potencial y la brecha del producto se asumió que las varianzas de los errores era constante. Sin embargo, esta suposición es limitada ya que supone que la variabilidad de los datos del PIB y de las AE es la misma para cada instante del tiempo, al hacer una inspección visual de los datos en las figuras 1 y 2 podemos ver que hay picos pronunciados que se salen de su línea de tendencia, por lo que mantener la suposición de varianza constante no es la más adecuada.

Por tanto, retiramos la hipótesis de varianza constante y suponemos que los errores ϵ_t , z_t y u_t tienen varianzas variando en el tiempo, estas estarán modeladas por los modelos d-Gamma inversa, t-Student-Beta2 y Lasso Bayesiano.

Se comienza trabajando con los datos del PIB, para realizar la estimación con el modelo d-Gamma inversa, asignamos prioris para los parámetros del modelo AR, (ϕ_1, ϕ_2) como el producto de una $N(0, (2/3)^2)$ y $N(0, (1/3)^2)$ restringida a la región estacionaria definida en la subsección 2.1. De esta forma, la priori penaliza aquellos valores de los parámetros AR cercanos a la frontera de la región estacionaria. Los parámetros $a_y, b_y, a_{\theta,1}, b_{\theta,1}, a_{\theta,2}, b_{\theta,2}, a_{\theta,3}, b_{\theta,3}$ son tomados para ser uniformes en un intervalo amplio $[0, 10^5]$ y los parámetros de las cuatro distribuciones Dirichlet $p_y, p_{\theta,1}, p_{\theta,2}, p_{\theta,3}$ son todos iguales a $1/19$, los niveles de la distribución multinomial son los enteros n_1, \dots, n_K en el conjunto $\{1, 2, \dots, 10, 20, \dots, 100\}$.

Para la estimación por el modelo t-Student-Beta2, se escogen los grados de libertad $\nu = 4$ con el objetivo de obtener robustez en las estimaciones, (Gelman et al., 2013), se tiene $q = p = 1$ y se asigna un valor pequeño para β para tener colas pesadas y robustez en la inferencia, $\frac{1}{\beta} = 10,000$. Así como es explicado en el Apéndice A al ser un modelo t-Student el valor esperado a priori es 1, por tanto, en la distribución a posteriori un valor esperado diferente de 1 implicará la presencia de un valor atípico o cambio estructural. Se realizó el ejercicio de ajustar diferentes modelos cambiando los grados de libertad para medir la robustez del modelo y su capacidad de detectar cambios estructurales en el PIB, se tomaron valores desde $\nu = 2$ hasta $\nu = 10$, donde el valor de 2 implica un modelo t-Student con colas más pesadas y por ende más robusto; y el valor de $\nu = 10$ implicará un modelo con colas menos pesadas. En todos los casos se identificaron los mismos cambios estructurales. Cabe mencionar que no se toman valores más grandes para ν dado que en esos casos el modelo deja de ser t-Student y comienza aproximarse a la distribución normal.

Se ejecutaron 10,000 iteraciones para el análisis a posteriori y se descartaron las primeras 5,000 como *burn-in*. Para efectos de visualización en el documento, presentamos solamente los resultados del modelo t-Student-Beta2. Un valor menor que 1 en ω_y representa la presencia de datos atípicos en las observaciones, valores menores que 1 de ω_{θ,t_i} , $t = 1, \dots, T$, $i = 1, 2, 3$ indican cambios o quiebres estructurales en los datos, donde ω_{θ,t_1} indica un cambio estructural en el PIB potencial, ω_{θ,t_2} un cambio estructural en el componente tendencial del PIB potencial y ω_{θ,t_3} un cambio estructural en la brecha del producto.

En las figuras 8, 9 y 10 se tiene los gráficos del PIB, producto potencial y la brecha del producto con sus respectivos gráficos de ω_y , ω_{θ,t_1} y ω_{θ,t_3} del modelo t-Student-Beta2 para identificar los valores atípicos y quiebres estructurales, no se muestra el gráfico de ω_{θ,t_2} dado que no presenta ningún cambio estructural en su comportamiento.

Note que se identifica presencia de valores atípicos en 2020Q2 como resultado de la pandemia Covid-19 (Figura 8). Cuando vemos el producto potencial (Figura 9), se observa un cambio estructural en el 2008Q3 por la crisis financiera mundial y varios cambios estructurales del 2020Q1 hasta el 2021Q1 como consecuencia de la crisis Covid-19 (donde la economía disminuyó en 9.0%, (Banco Central de Honduras, 2020)). En el 2021Q1 se observa otro cambio estructural, en este año hubo una recuperación en el PIB de 21.0% explicada principalmente por los resultados de la oferta interna, generada por el aumento en el Valor Agregado Bruto (VAB) de las diferentes AE (10.3%), así como las mayores importaciones de bienes y servicios (37.8%), (Banco Central de Honduras, 2021).

En la brecha del producto (Figura 10) se identifican dos cambios estructurales en el 2020Q2 y 2020Q3. Por tanto, la presencia de valores atípicos y cambios estructurales en el PIB es debido principalmente a la crisis del Covid-19. Cabe mencionar que el cambio estructural del 2008Q3 representó una caída en el nivel de la serie, el cual también se observa en la manufactura presentado más adelante.

En el cuadro 3 se realiza una comparación entre los tres modelos propuestos para la identificación de los cambios estructurales en el producto potencial y la brecha del producto. Note que en general los tres modelos identifican los mismos cambios estructurales tanto para el producto potencial como para la brecha del producto, en todo caso el único punto diferente es que el modelo d-Gamma

Figura 8: Identificación de valores atípicos en el PIB

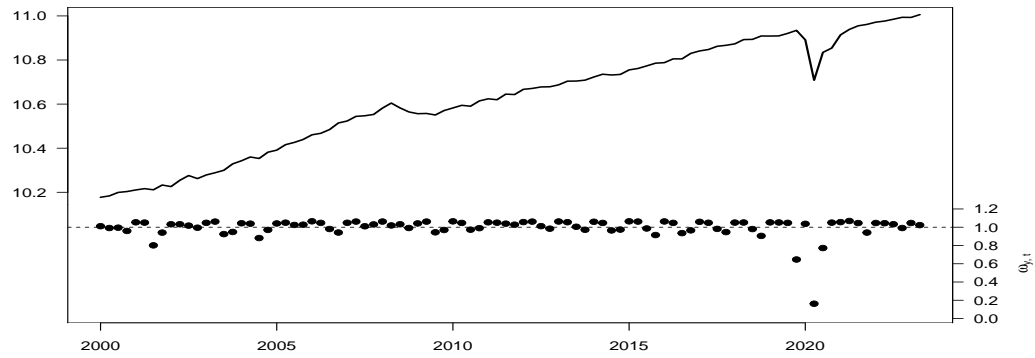


Figura 9: PIB: Identificación de cambios estructurales en el producto potencial

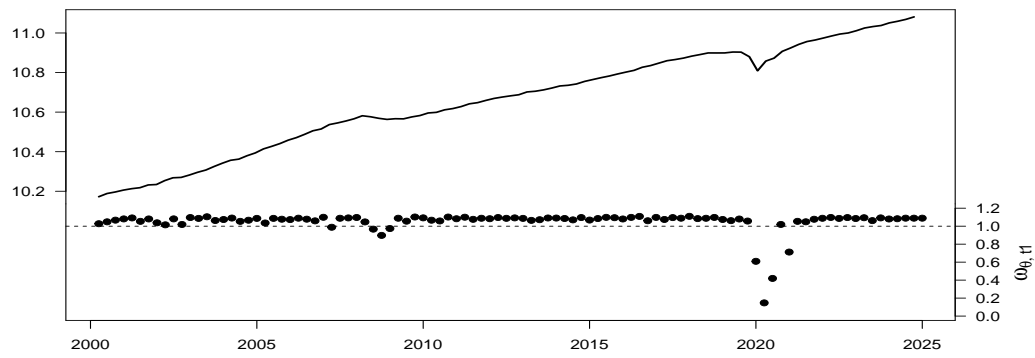
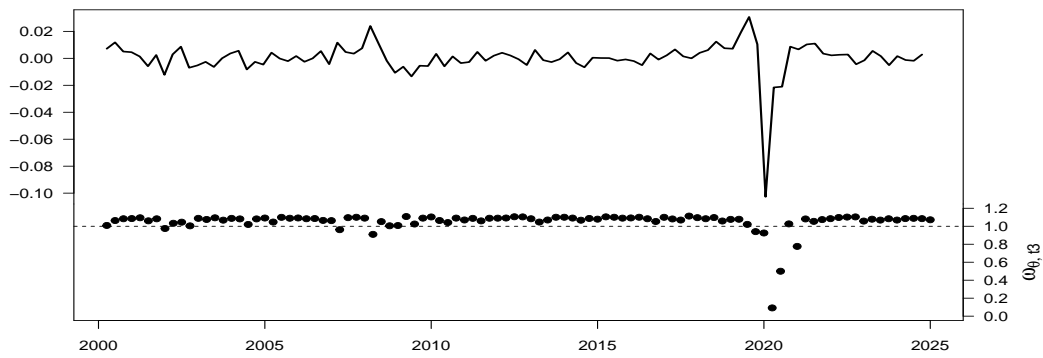


Figura 10: PIB: Identificación de cambios estructurales en la brecha del producto



inversa no identifica el periodo 2021 Q2 como un punto de cambio estructural en el Producto Potencial, a diferencia que los modelos t-Student-Beta2 y Lasso Bayesiano si lo identifican como tal. Esta comparación muestra que las tres metodologías son consistentes para la identificación de cambios estructurales en el PIB.

Cuadro 3: Identificación de cambios estructurales por los modelos d-Gamma inversa, t-Student-Beta2 y Lasso Bayesiano.

Modelo	Producto Potencial	Brecha del Producto
d-Gamma inversa	2008Q3, 2008Q4, 2009Q1, 2020Q1, 2020Q2, 2020Q3, 2020Q4, 2021Q1.	2020Q2, 2020Q3.
t-Student-Beta2	2008Q3, 2008Q4, 2009Q1, 2020Q1, 2020Q2, 2020Q3, 2020Q4, 2021Q1, 2021Q2.	2020Q2, 2020Q3.
Lasso Bayesiano	2008Q3, 2008Q4, 2009Q1, 2020Q1, 2020Q2, 2020Q3, 2020Q4, 2021Q1, 2021Q2.	2020Q2, 2020Q3.

Para establecer una comparación con métodos tradicionales de detección de cambios estructurales en series de tiempo, se realizó la prueba propuesta por Bai y Perron (1998) el cual consiste en detectar múltiples cambios estructurales en una serie de tiempo ajustada por regresión lineal estimada por mínimos cuadrados. La prueba detecta dos cambios estructurales en 2008Q2 y 2020Q2 mediante una estadística F y usando como criterio el BIC.

Note que en los métodos propuestos d-Gamma inversa, t-Student-Beta2 y Lasso Bayesiano no detectan un único punto del cambio estructural como la prueba de Bai y Perron (1998), sino que detecta la secuencia de puntos de la duración del cambio estructural, esto representa una ventaja dado que los métodos propuestos detectan la duración del cambio estructural.

4.2 Resultados: PIB por rama de Actividad Económica

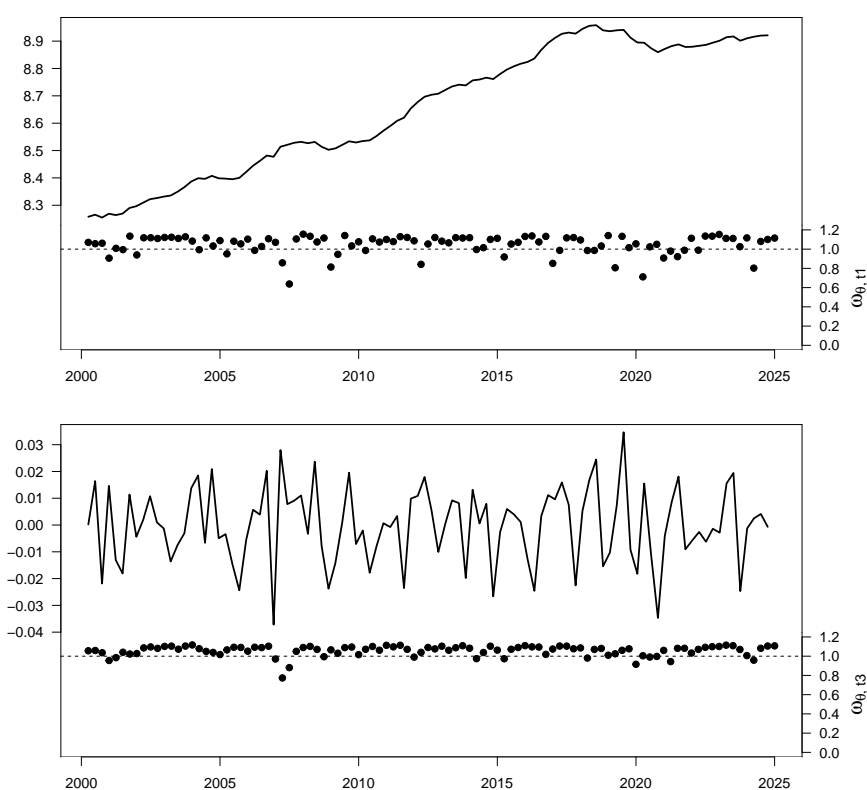
En el análisis multivariado lo que se hace es ajustar el modelo presentado en la subsección 2.2 para el conjunto de AE del PIB e integrarlo con las metodologías propuestas en el Apéndice A para la detección de datos atípicos y cambios estructurales. Los datos a ser analizados corresponden al agropecuario, manufactura y servicios, el cual implica que se tiene un vector de observaciones Y_t de dimensión 3×1 , en este caso se tendría un conjunto de parámetros por cada serie de observaciones y la formulación del modelo DLM para las matrices F_t, G_t, V_t y W_t tal como se presentó en la subsección 2.2, con la diferencia que las matrices V_t y W_t tendrán la estructura para la detección de cambios

estructurales para cada elemento de la diagonal. Note que el conjunto de parámetros a estimar se triplica en relación al caso univariado.

En el [Apéndice B](#) se presentan los resultados de estimación para cada uno de los modelos. De las figuras [A1](#) a [A9](#) se muestran las medias a posteriori de ω_y y $\omega_{\theta,t_i}, t = 1, \dots, T$ e $i = 1, 2, 3$ para el modelo d-Gamma inversa, t-Student-Beta2(4, 1, 1, $1/\beta = 10000$) y Lasso Bayesiano para los datos trimestrales de las actividades desagregadas.

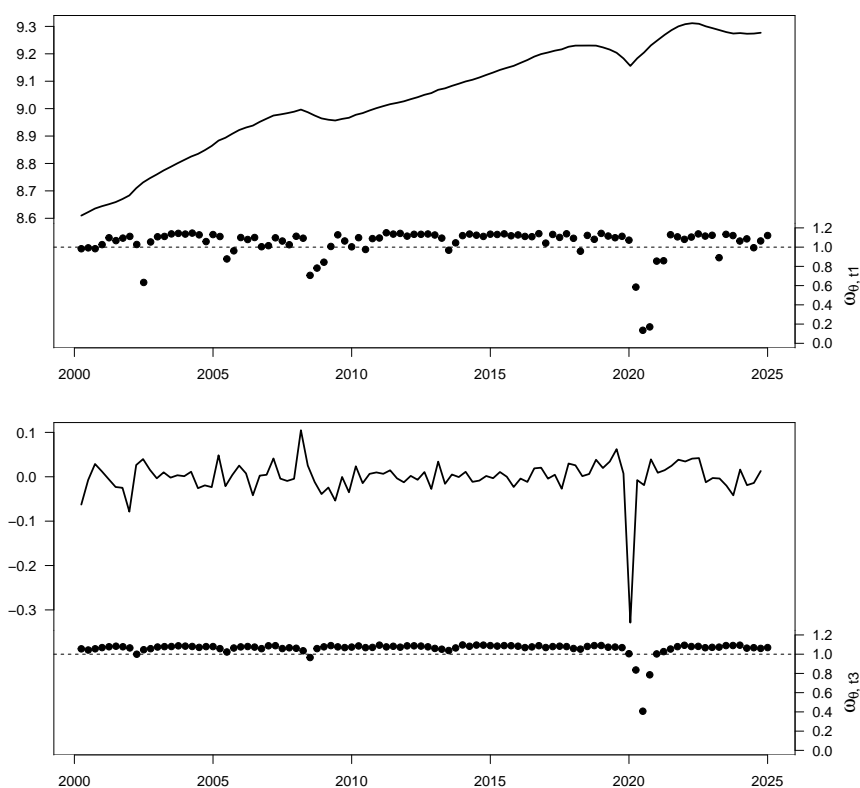
Para una mejor visualización, en las figuras [11](#), [12](#) y [13](#) se muestra el producto potencial y la brecha del producto con sus respectivos gráficos de ω_{θ,t_1} y ω_{θ,t_3} del modelo t-Student-Beta2 para las tres actividades. En el agropecuario (Figura [11](#)) podemos notar algunos cambios estructurales en el producto potencial y en la brecha en los períodos de 2005Q2 (explicado por los daños causados por la tormenta tropical Beta sobre los cultivos agrícolas, en particular sobre café y banano, productos que representaron el 34% del total de la rama agropecuaria). En el periodo 2007Q2-2007Q3, donde la producción agrícola experimentó un importante crecimiento desde finales de 2006, por al alza en los cultivos de café y banano, ante la mayor demanda externa y el mejoramiento en los precios internacionales; no obstante, este crecimiento se vio frenado a principios de 2007 (Banco Central de Honduras, [2007](#)), por el descenso en la producción de café, las exportaciones de este producto disminuyeron en alrededor del 7.0% y el precio internacional observó una desaceleración en su comportamiento, (Morazan, Mass y Rodriguez, [2013](#)). En el 2017Q1-2017Q2 se detectan cambios estructurales ya que hubo un alza en la tendencia de esta actividad, explicado por el incremento significativo en el cultivo de café, el cual registró mayor productividad en la cosecha 2016- 2017 y alcanzó niveles record de producción. Adicionalmente, la actividad de pesca, aportó en este resultado por el buen desempeño en el cultivo de camarón, ante la reducción en los niveles de mortalidad de las larvas en las lagunas, dadas las condiciones climáticas óptimas y el uso de métodos innovadores en el proceso productivo. Finalmente, en el 2020 se identifican cambios estructurales como consecuencia de la pandemia del Covid-19.

Figura 11: Agropecuario: identificación de cambios estructurales en el producto potencial y brecha del producto



En la manufactura (Figura 12), un cambio estructural en el producto potencial se observa en 2002Q3, donde la industria manufacturera registró una desaceleración en su crecimiento, al pasar de 5.2% en 2001 a 2.8% en 2002. Este resultado en parte es debido al menor ritmo de crecimiento en las actividades maquiladoras, producción de textiles y prendas de vestir, industria de la madera, sustancias y productos químicos, y productos alimenticios, bebidas y tabaco, (Banco Central de Honduras, 2002). Además de hubo un deterioro en los términos de intercambio, debido a la disminución en el precio internacional del café, lo cual afectó su beneficiado y exportación, esta actividad representaba alrededor del 50% de la producción nacional de alimentos. Adicionalmente, como resultado de la baja en las exportaciones, el déficit en cuenta corriente de la balanza de pagos se incrementó a 5.1% del PIB. La baja en el precio internacional del café fue consecuencia del exceso de oferta de este producto en los mercados internacionales, que contrastó con la demanda mundial. Adicionalmente, otros factores como la imposición de barreras al comercio tales como las cuotas de exportación y alza en los aranceles sobre otros bienes aportaron al deterioro en la manufactura, en particular en la de alimentos.

Figura 12: Manufactura: identificación de cambios estructurales en el producto potencial y brecha del producto



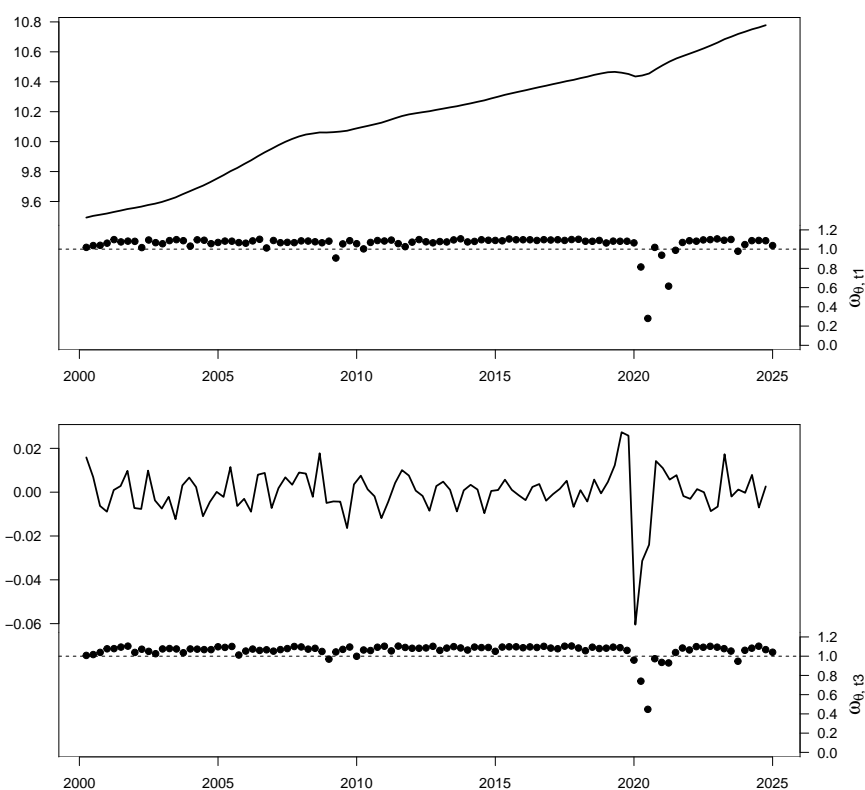
Del 2008Q3-2009Q1 hubieron otros cambios estructurales por la fuerte contracción en la industria de bienes para transformación (Maquila), ante el deterioro en la demanda externa, particularmente de la economía estadounidense, en el contexto de la crisis financiera internacional. El inicio de esta crisis se observó en el III trimestre 2008 y comenzó a mostrar signos de recuperación a finales de 2009; sin embargo, aun cuando la economía internacional empezó a recuperarse, la crisis política interna influyó negativamente en la actividad económica nacional y generó un ambiente de incertidumbre que debilitó aún más la producción nacional, la recaudación tributaria e impacto en el sector externo y en los flujos de Inversión de Extranjera Directa (IED). El efecto de la crisis generó un cambio en la tendencia de la industria manufacturera, el cual, recuperó sus niveles de producción pre-crisis hasta en 2013.

En un mayor grado se detectan cambios estructurales desde el 2020Q2 hasta 2021Q2 por la pandemia del Covid-19, en la cual, se adoptaron medidas de distanciamiento social y suspensión

temporal en la actividad productiva, en especial en el segundo trimestre del 2020, la industria manufacturera que disminuyó 14.0% (Banco Central de Honduras, 2020), este resultado representó la contracción más significativa de la historia económica del país y un cambio en la tendencia de esta actividad económica. Las industrias maquiladoras de textiles, prendas de vestir y de fabricación de arneses y cables eléctricos observaron una fuerte disminución en su demanda externa, a causa de la contracción de las ventas al mercado estadounidense y el paro parcial de labores en algunos meses del 2020. De la misma manera, la producción de alimentos; minerales no metálicos; productos de papel e industria básica de fundición de hierro reflejaron menores rendimientos y caídas pronunciadas en sus niveles de procesamiento y demanda para uso intermedio de las empresa y final de los hogares. La producción manufacturera recuperó sus niveles pre-pandemia hasta el I trimestre 2022, impulsado principalmente por el mejoramiento en las condiciones externas y el restablecimiento de los flujos comerciales internacionales.

Finalmente, los servicios (Figura 13) se identifican cambios estructurales en el producto potencial en 2020Q2 hasta 2021Q2 y en la brecha del producto en el período 2020Q1-2020Q3, ya que hubo una disminución en las AE: Construcción; Comercio; Transporte y Almacenamiento; Intermediación Financiera; Propiedad de Vivienda, Actividades Inmobiliarias y Empresariales; y Servicios Comunitarios, Sociales y Personales. En el 2021Q1 hubo una recuperación en: Electricidad y Distribución de Agua; Construcción; Comercio; Transporte y Almacenamiento; Intermediación Financiera; y Servicios Comunitarios, Sociales y Personales.

Figura 13: Servicios: identificación de cambios estructurales en el producto potencial y brecha del producto



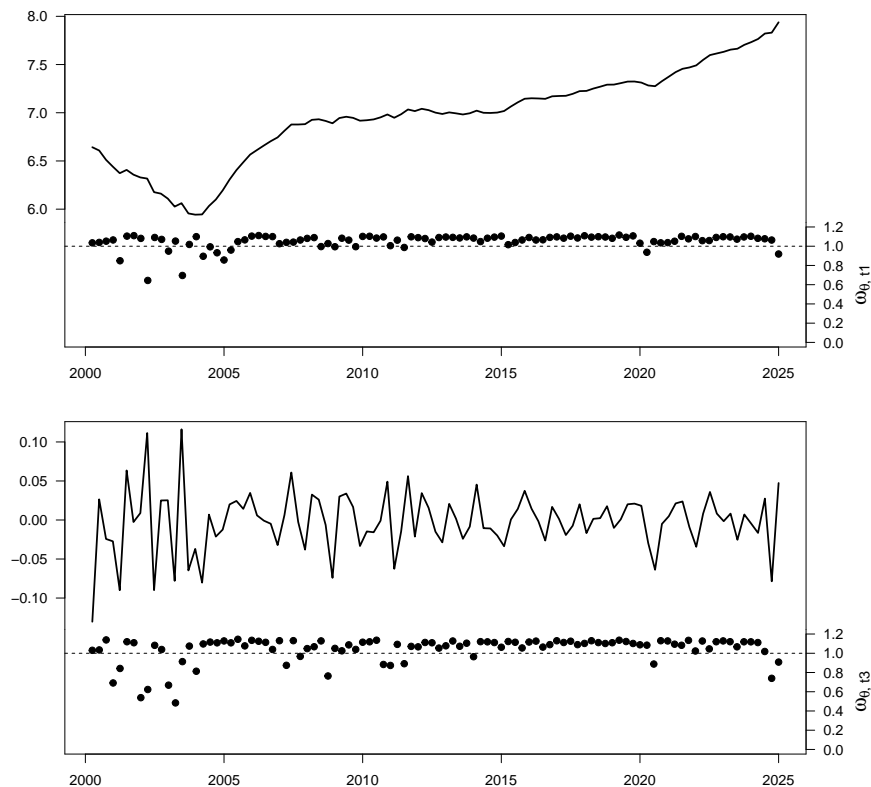
5 Análisis por actividades económicas

En esta sección se realiza la modelación de cambios estructurales para algunas de las actividades económicas de agropecuario, manufactura y servicios. En las figuras 14, 15, 16 y 17 se presenta la estimación del producto potencial y la brecha del producto con sus respectivos cambios estructurales con el modelo t-Student-Beta2 para las actividades de Electricidad y Distribución de Agua; Construcción; Comercio; e Intermediación Financiera.

Realizar el análisis para cada actividad permite identificar cambios estructurales que no se capturan cuando se realiza de manera agregada. En Electricidad y Distribución de Agua (Figura 14), se encuentran cambios estructurales para su valor potencial para períodos anteriores del 2005 (el cual mostró deterioro debido al poco crecimiento económico que experimentó el país en esos años, (Banco Central de Honduras, 2002)), en el 2003 se experimenta un incremento en la inversión privada (7.4%)

que provino principalmente del crecimiento del componente de maquinaria y equipo, el cual está asociado a la ejecución de proyectos en las áreas de generación de energía térmica, telecomunicaciones y mejoramiento del sistema de agua potable, alcantarillado y la red eléctrica, (Banco Central de Honduras, 2003). En el 2021 se encuentra otro cambio estructural como consecuencia de los efectos del Covid-19.

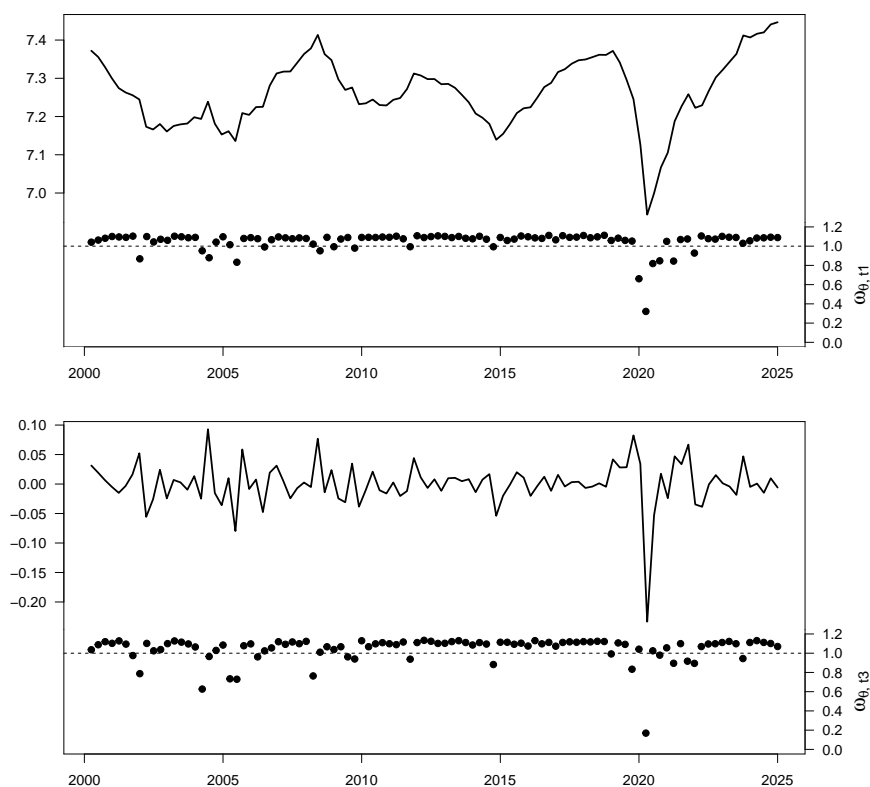
Figura 14: Electricidad y Distribución de Agua: identificación de cambios estructurales en el producto potencial y brecha del producto



En Construcción (Figura 15), se identifican varios cambios estructurales en su valor potencial a lo largo de los años, siendo lo más marcados en el 2002 (se registró una caída de 14.6%, que se explica por la contracción en la inversión pública, compensada parcialmente por el incremento en la construcción privada), en el 2004 (se contrajo en 4.5%, principalmente las construcciones destinada a establecimientos comerciales, industriales y edificaciones para otros usos, (Banco Central de Honduras, 2004)) y alrededor del 2005 se mostró una disminución de 11.6%, debido especialmente a la contracción de la inversión en construcción, específicamente la destinada a establecimientos comerciales e industriales (Banco Central de Honduras, 2005). En el 2008 se identifica también quiebres estruc-

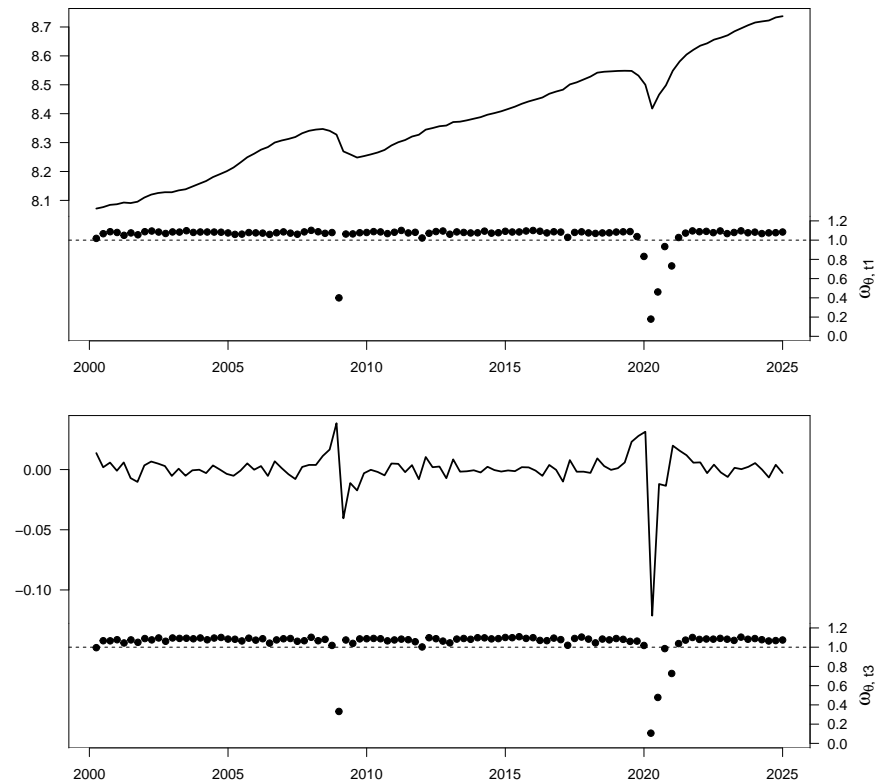
turales debido a la desaceleración de esta AE en otros países que impactó fuertemente también en el país, Banco Central de Honduras (2008). Finalmente, en el 2020 tanto en su potencial como la brecha debido a la pandemia del Covid-19 (disminución de 25.4%, Banco Central de Honduras (2020)).

Figura 15: Construcción: identificación de cambios estructurales en el producto potencial y brecha del producto



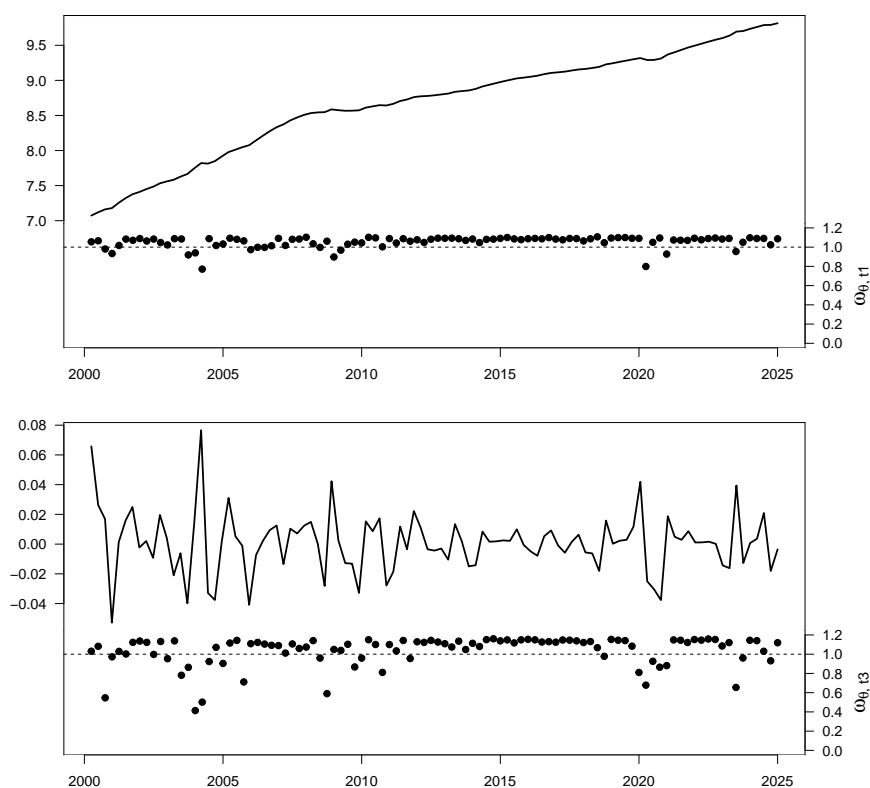
En el Comercio (Figura 16), hay cambios estructurales por la crisis política del 2009, se registró una disminución de 8.9%, debido a la menor corriente de bienes por la variación negativa en la producción agropecuaria y de manufactura (2.9% y 7.1%, respectivamente), así como por la reducción de 21.7% en las importaciones de bienes; a lo anterior se suma la caída en la demanda interna, debido al menor consumo de los hogares, (Banco Central de Honduras, 2009). En la pandemia del Covid-19 en 2020-2021 (disminución de 11.5% en el 2020 y aumento de 15% en el 2021, (Banco Central de Honduras, 2021)).

Figura 16: Comercio: identificación de cambios estructurales en el producto potencial y brecha del producto



Para Intermediación Financiera (Figura 17) se detectan varios cambios estructurales del 2000 al 2009, donde podemos destacar que en el 2001Q4 los mercados financieros internacionales experimentaron una caída debido al ataque terrorista del 11 de septiembre del 2001, el cual tuvo impacto en el mercado financiero del país (Banco Central de Honduras, 2001). En el 2004 se identifican otros cambios estructurales, dado que el sector privado financiero recibió un desembolso mayor con respecto a los años anteriores, Banco Central de Honduras (2004). En el 2009 debido a la crisis política del país, esta actividad se contrajo en 10.7%, (Banco Central de Honduras, 2009), luego la serie se estabiliza y ocurren nuevamente cambios estructurales en el 2020 por la pandemia del Covid-19.

Figura 17: Intermediación Financiera: identificación de cambios estructurales en el producto potencial y brecha del producto



6 Conclusiones

En este trabajo se presentó una metodología para modelar el PIB como la suma del producto potencial y la brecha del producto. Se encontró que el crecimiento del PIB potencial durante el período 2000 a 2019 fue de 3.8 %, mientras que para el periodo 2000 a 2024 se estima en 3.6 %. Este último dato refleja el impacto negativo derivado de la pandemia del Covid-19.

Al analizar las estimaciones del crecimiento del producto potencial por actividad en los períodos 2000-2019 y 2000-2024, se observa que para la actividad agropecuaria el crecimiento fue de 3.6 % y 2.8 % respectivamente. En el sector manufacturero, las cifras fueron de 3.2 % y 3.0 %, mientras que en los servicios se registró un crecimiento de 5.1 % y 5.0 %. Estos resultados muestran que la pandemia del Covid-19 también afectó negativamente a todas las actividades económicas.

En cuanto a los datos utilizados, se destaca que la metodología del modelo d-Gamma inversa

es menos sensible a los cambios en la serie, lo que lo convierte en un enfoque más robusto. Por otro lado, el modelo Lasso mostró ser más sensible, presentando una mayor variabilidad en sus estimaciones.

En términos de magnitud, se identifica que la pandemia del Covid-19 en 2020 representó un cambio estructural mucho más significativo que la crisis financiera mundial y la crisis política del país durante el período 2008-2009 en relación al PIB. La brecha promedio del PIB en 2020 fue de -3.4 %, en comparación con -0.7 % durante 2008-2009.

Finalmente, al desagregar el PIB por actividades económicas, se observa que los cambios estructurales provienen principalmente de los sectores manufacturero y de servicios. En el sector manufacturero, la brecha promedio en 2008-2009 fue de -2.6 %, mientras que en 2020 alcanzó -8.6 %. En el caso de servicios, la brecha promedio fue de -2.2 % en 2020, evidenciando así el impacto que la pandemia tuvo en este sector.

Referencias

- Abramowitz, Milton, ed. (1972). *Handbook of mathematical functions. With formulas, graphs, and mathematical tables*. 10. print., with corr. Applied mathematics series 55. U. S. Government Printing Office: Washington, DC. 1046 págs. ISBN: 0160002028.
- Álvarez, Fredy (2015). «Estimación del Producto Potencial para Honduras: 2000–2014». En: *Banco Central de Honduras (BCH). Documentos de Trabajo*. URL: <https://www.secmca.org/recard/index.php/foro/article/view/27/21>.
- Bai, Jushan y Pierre Perron (1998). «Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes». En: *Econometrica* 66(1), pág. 47. ISSN: 0012-9682. DOI: [10.2307/2998540](https://doi.org/10.2307/2998540).
- Banco Central de Honduras (2001). «Memoria Anual 2001». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202001.pdf>.
- Banco Central de Honduras (2002). «Memoria Anual 2002». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202002.pdf>.
- Banco Central de Honduras (2003). «Memoria Anual 2003». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202003.pdf>.
- Banco Central de Honduras (2004). «Memoria Anual 2004». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202004.pdf>.
- Banco Central de Honduras (2005). «Memoria Anual 2005». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202005.pdf>.
- Banco Central de Honduras (2007). «Memoria Anual 2007». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202007.pdf>.
- Banco Central de Honduras (2008). «Memoria Anual 2008». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202008.pdf>.
- Banco Central de Honduras (2009). «Memoria Anual 2009». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202009.pdf>.
- Banco Central de Honduras (2020). «Memoria Anual 2020». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202020.pdf>.
- Banco Central de Honduras (2021). «Memoria Anual 2021». En: *Banco Central de Honduras*. URL: <https://www.bch.hn/estadisticos/GIE/LIBMemoria/Memoria%20Anual%202021.pdf>.

- Barnett, William A., Marcelle Chauvet y Danilo Leiva-Leon (2016). «Real-time nowcasting of nominal GDP with structural breaks». En: *Journal of Econometrics* 191(2), págs. 312-324. ISSN: 0304-4076. DOI: [10.1016/j.jeconom.2015.12.004](https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2015.12.004).
- Bloem, Adriaan M., Robert Dippelsman y Nils Øyvind Mæhle (2001). *Manual de cuentas nacionales trimestrales. Concepts, Data Sources, and Compilation*. Manuals and Guides. International Monetary Fund: Washington, D.C. 249 págs. ISBN: 9781589060708.
- Campagnoli, Patrizia, Sonia Petrone y Giovanni Petris (2009). *Dynamic Linear Models with R*. Springer New York. ISBN: 9780387772387. DOI: [10.1007/b135794](https://doi.org/10.1007/b135794).
- Carter, C. K. y R. Kohn (1994). «On Gibbs Sampling for State Space Models». En: *Biometrika* 81(3), págs. 541-553. ISSN: 1464-3510. DOI: [10.1093/biomet/81.3.541](https://doi.org/10.1093/biomet/81.3.541).
- Clements, Michael P. y David F. Hendry (1996). «Intercept Corrections and Structural Change». En: *Journal of Applied Econometrics* 11(5), págs. 475-494. ISSN: 08837252, 10991255. URL: <http://www.jstor.org/stable/2285212>.
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe (2003). *Honduras: evolución económica durante 2002 y perspectivas para 2003*. Sede Subregional de la CEPAL en México (Estudios e Investigaciones) 25605. URL: <https://ideas.repec.org/p/ecr/col094/25605.html>.
- Frühwirth-Schnatter, Sylvia (1994). «Data augmentation and dynamic linear models». En: *Journal of Time Series Analysis* 15(2), págs. 183-202. ISSN: 1467-9892. DOI: [10.1111/j.1467-9892.1994.tb00184.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.1994.tb00184.x).
- Fúquene, Jairo, María-Eglée Pérez y Luis R. Pericchi (2014). «An alternative to the Inverted Gamma for the variances to modelling outliers and structural breaks in dynamic models». En: *Brazilian Journal of Probability and Statistics* 28(2), págs. 288-299. ISSN: 01030752, 23176199. URL: <http://www.jstor.org/stable/43601356>.
- Gelman, A. et al. (2013). *Bayesian Data Analysis, Third Edition*. Chapman and Hall/CRC Texts in Statistical Science. Taylor y Francis. ISBN: 9781439840955. URL: <https://books.google.co.cr/books?id=ZXL6AQAAQBAJ>.
- Gelman, Andrew (2006). «Prior distributions for variance parameters in hierarchical models (comment on article by Browne and Draper)». En: *Bayesian Analysis* 1(3). ISSN: 1936-0975. DOI: [10.1214/06-ba117a](https://doi.org/10.1214/06-ba117a).

- Jimeno-Serrano, Juan Francisco, Esther Moral y Lorena Saiz (2006). «Structural Breaks in Labor Productivity Growth: The United States vs. the European Union». En: *SSRN Electronic Journal*. ISSN: 1556-5068. DOI: [10.2139/ssrn.935222](https://doi.org/10.2139/ssrn.935222).
- Kuttner, Kenneth N. (1994). «Estimating Potential Output as a Latent Variable». En: *Journal of Business and Economic Statistics* 12(3), págs. 361-368. ISSN: 1537-2707. DOI: [10.1080/07350015.1994.10524551](https://doi.org/10.1080/07350015.1994.10524551).
- Lequiller, François y Derek Blades (2014). *Understanding National Accounts: Second Edition*. OECD Publishing. ISBN: 9789264214637. DOI: [10.1787/9789264214637-en](https://doi.org/10.1787/9789264214637-en).
- Mankiw, Gregory (2019). *Macroeconomics*. Ninth edition. Worth publishers. Macmillan Learning: New York. 642 págs. ISBN: 1464182892.
- Martínez, Samuel (2021). «Estimación del Producto Potencial y Crecimiento Tendencial para Honduras». En: URL: <https://www.secmca.org/recard/index.php/foro/article/view/195>.
- Morazan, M., A. Mass y D. Rodriguez (2013). «Análisis del Sector Agropecuario en el periodo 2000-2010». En: URL: <https://ceat.unah.edu.hn/assets/CEAT2013/5.pdf>.
- Park, Trevor y George Casella (jun. de 2008). «The Bayesian Lasso». En: *Journal of the American Statistical Association* 103(482), págs. 681-686. ISSN: 1537-274X. DOI: [10.1198/016214508000000337](https://doi.org/10.1198/016214508000000337).
- Pesaran, M. Hashem y Allan Timmermann (2007). «Selection of estimation window in the presence of breaks». En: *Journal of Econometrics* 137(1), págs. 134-161. ISSN: 0304-4076. DOI: [10.1016/j.jeconom.2006.03.010](https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2006.03.010).
- Salazar, Esther, Marco A.R. Ferreira y Helio S. Migon (2012). «Objective Bayesian analysis for exponential power regression models». En: *Sankhya B* 74(1), págs. 107-125. ISSN: 0976-8394. DOI: [10.1007/s13571-012-0045-0](https://doi.org/10.1007/s13571-012-0045-0).
- Tibshirani, Robert (1996). «Regression Shrinkage and Selection via the Lasso». En: *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 58(1), págs. 267-288. ISSN: 00359246. URL: <http://www.jstor.org/stable/2346178>.
- United Nations (2009). *Clasificación Industrial Internacional Uniforme de Todas las Actividades Económicas (CIIU)*. Wiley y Sons, Limited, John, pág. 248. ISBN: 9789213612378. URL: https://unstats.un.org/unsd/publication/seriesm/seriesm_4rev4s.pdf.
- West, M. y J. Harrison (1997). *Bayesian Forecasting and dynamics models*. Springer. ISBN: 0387947256. DOI: [10.1007/b98971](https://doi.org/10.1007/b98971).

Apéndice A

En esta sección se describen las tres metodologías propuestas para modelar y detectar valores atípicos y cambios estructurales en las observaciones de los datos del PIB, los cuales pueden ser modelados a través de las variables de estado en el DLM, siendo estos: el modelo d-Gamma-Inversa de Campagnoli, Petrone y Petris (2009), el modelo t-Student-Beta2 de Fúquene, Pérez y Pericchi (2014) y el Lasso Bayesiano (Park y Casella, 2008).

Modelo d-Gamma-Inversa

Considere la ecuación de observación dada en (1): $Y_t = F_t' \theta_t + v_t$, para poder analizar si alguna observación es muy diferente del valor esperado o previsto, lo que se hace es reemplazar la distribución Normal de v_t por otra distribución con mayor masa de probabilidad en las colas. En este caso la distribución t-Student es particularmente atractiva por dos razones. En primer lugar, puede acomodar a través de los grados de libertad diferentes niveles de pesadez en las colas. Y en segundo lugar, la distribución t-Student admite una representación simple como una mezcla en el parámetro de escala de distribuciones normales, el cual nos permite tratar un DLM con errores observacionales t-Student como un DLM Gaussiano condicionado al parámetro de escala. La ventaja de tener el modelo de esta forma es que se pueden usar los algoritmos estándar para los DLM, como ser el filtro de Kalman y el FFBS (*Forward Filtering Backward Sampling*) (Frühwirth-Schnatter (1994), Carter y Kohn (1994)) en su forma condicional. En particular, con el muestreador de Gibbs, es posible simular los estados de sus distribuciones condicionales completas usando el algoritmo FFBS. Por tanto, asumiendo un factor de escala λ_y , el error v_t sigue una distribución t-Student con $\nu_{y,t}$ grados de libertad, es decir:

$$\lambda_y^{1/2} v_t | \nu_{y,t} \sim T_{\nu_{y,t}},$$

Si se introduce una variable latente $\omega_{y,t}$ que se distribuye $Ga(\frac{\nu_{y,t}}{2}, \frac{\nu_{y,t}}{2})$, podemos escribir de manera equivalente:

$$\lambda_y^{1/2} v_t | \omega_{y,t} \sim N(0, \omega_{y,t}^{-1}),$$

$$\omega_{y,t} | \nu_{y,t} \sim Ga\left(\frac{\nu_{y,t}}{2}, \frac{\nu_{y,t}}{2}\right)$$

En otras palabras, estamos asumiendo que dado λ_y , las precisiones $\phi_{y,t} = \lambda_y \omega_{y,t}$ de las observaciones en el DLM tienen fluctuaciones aleatorias en el tiempo.

La variable latente $\omega_{y,t}$ puede ser informalmente interpretada como el grado de no normalidad de v_t . De hecho, tomando $N(0, \lambda_y^{-1})$ como distribución estándar correspondiendo a $\omega_{y,t} = E(\omega_{y,t}) = 1$, valores de $\omega_{y,t}$ menores que 1 hacen más probables que se observen valores más grandes para $|v_t|$. Por tanto, se sigue que la media a posteriori de $\omega_{y,t}$ pueda ser usada como un indicador de posibles valores atípicos (*outliers*).

Para el parámetro de precisión λ_y se escoge una distribución a priori Gamma con media a_y y varianza b_y :

$$\lambda_y | a_y, b_y \sim Ga \left(\frac{a_y^2}{b_y}, \frac{a_y}{b_y} \right),$$

donde se asume que tanto a_y y b_y se distribuyen uniformemente en un intervalo amplio pero acotado:

$$a_y \sim Unif(0, A_y), \quad b_y \sim Unif(0, B_y).$$

Los grados de libertad de una distribución t-Student pueden tomar cualquier valor real positivo, sin embargo se restringe los posibles valores a un conjunto finito de enteros:

$$\nu_{y,t} \sim Mult(1; p_y)$$

donde $p_y = (p_{y,1}, \dots, p_{y,K})$ es un vector de probabilidades, los niveles de la distribución multinomial son los enteros n_1, \dots, n_K y los $\nu_{y,t}$ son independientes en t . Como priori para p_y se adopta una distribución Dirichlet con parámetros $\alpha_y = (\alpha_{y,1}, \dots, \alpha_{y,K})$, $p_y \sim Dir(\alpha_y)$.

Una estructura similar jerárquica es asumida para cada elemento de la diagonal de W_t , es decir, para los parámetros de precisión de los errores de las variables de estado. En este modelo las precisiones, o equivalentemente las varianzas, son permitidas que cambien en el tiempo, en otras palabras, la sucesión de precisiones en diferentes tiempos se espera que sean independientes o permutables. Por esta razón el modelo es apropiado para detectar ocasionales cambios abruptos correspondientes a innovaciones con grandes varianzas en el vector de estado.

Escriba $W_{t,i}$ el i -ésimo elemento de la diagonal de W_t , $i = 1, \dots, p$, el modelo jerárquico se puede escribir de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 Y_t &= F_t \theta_t + v_t, \\
 v_t | \lambda_y, \omega_{y,t} &\sim N(0, (\lambda_y \omega_{y,t})^{-1}) \\
 \theta_t &= G_t \theta_{t-1} + w_t, \\
 w_{ti} | \lambda_{\theta,i} \omega_{\theta,ti} &\sim N(0, (\lambda_{\theta,i} \omega_{\theta,ti})^{-1}) \\
 \\
 V_t^{-1} &= \lambda_y \omega_{y,t} & W_{t,i}^{-1} &= \lambda_{\theta,i} \omega_{\theta,ti} \\
 \lambda_y | a_y, b_y &\sim Ga \left(\frac{a_y^2}{b_y}, \frac{a_y}{b_y} \right) & \lambda_{\theta,i} | a_{\theta,i}, b_{\theta,i} &\sim Ga \left(\frac{a_{\theta,i}^2}{b_{\theta,i}}, \frac{a_{\theta,i}}{b_{\theta,i}} \right) \\
 \omega_{y,t} | \nu_{y,t} &\sim Ga \left(\frac{\nu_{y,t}}{2}, \frac{\nu_{y,t}}{2} \right) & \omega_{\theta,ti} | \nu_{\theta,ti} &\sim Ga \left(\frac{\nu_{\theta,ti}}{2}, \frac{\nu_{\theta,ti}}{2} \right) \\
 a_y &\sim Unif(0, A_y) & a_{\theta,i} &\sim Unif(0, A_{\theta,i}) \\
 b_y &\sim Unif(0, B_y) & b_{\theta,i} &\sim Unif(0, B_{\theta,i}) \\
 \nu_{y,t} &\sim Mult(1; p_y) & \nu_{\theta,ti} &\sim Mult(1; p_{\theta,i}) \\
 p_y &\sim Dir(\alpha_y) & p_{\theta,i} &\sim Dir(\alpha_{\theta,i})
 \end{aligned}$$

Para cada t , la distribución a posteriori de $\omega_{y,t}(\omega_{\theta,t})$ contiene información de los datos atípicos y los cambios estructurales en los estados. Valores de $\omega_{y,t}$ menores que 1 indican la posible presencia de datos atípicos y valores de $\omega_{\theta,t}$ menores que 1 indican cambios estructurales en los estados.

El muestreador de Gibbs puede ser implementado para obtener muestras de las distribuciones a posteriori de los parámetros y de los estados del modelo especificado arriba. Dado que todos los parámetros son desconocidos, los estados son generados de la distribución condicional conjunta completa usando el algoritmo FFBS. Las distribuciones condicionales completas de los parámetros son:

- $\lambda_y | \dots \sim Ga \left(\frac{a_y^2}{b_y} + \frac{T}{2}, \frac{a_y}{b_y} + \frac{1}{2} SS_y^* \right)$ con $SS_y^* = \sum_{t=1}^T \omega_{y,t} (y_t - F_t \theta_t)^2$.
- $\lambda_{\theta,i} | \dots \sim Ga \left(\frac{a_{\theta,i}^2}{b_{\theta,i}} + \frac{T}{2}, \frac{a_{\theta,i}}{b_{\theta,i}} + \frac{1}{2} SS_{\theta,i}^* \right)$ con $SS_{\theta,i}^* = \sum_{t=1}^T \omega_{\theta,ti} (\theta_{ti} - (G_t \theta_{t-1})_i)^2$.
- $\omega_{y,t} | \dots \sim Ga \left(\frac{\nu_{y,t} + 1}{2}, \frac{\nu_{y,t} + \lambda_t (y_t - F_t \theta_t)^2}{2} \right)$.
- $\omega_{\theta,ti} | \dots \sim Ga \left(\frac{\nu_{\theta,ti} + 1}{2}, \frac{\nu_{\theta,ti} + \lambda_{\theta,i} (\theta_{ti} - (G_t \theta_{t-1})_i)^2}{2} \right)$.

- $\pi(a_y, b_y | \dots) \propto Ga(\lambda_y; a_y, b_y)$; donde $0 < a_y < A_y$, $0 < b_y < B_y$.
- $\pi(a_{\theta,i}, b_{\theta,i} | \dots) \propto Ga(\lambda_{\theta,i}; a_{\theta,i}, b_{\theta,i})$; donde $0 < a_{\theta,i} < A_{\theta,i}$, $0 < b_{\theta,i} < B_{\theta,i}$.
- $\pi(\nu_{y,t} = k) \propto Ga(\omega_{y,t}; \frac{k}{2}, \frac{k}{2}) p_{y,k}$ en el conjunto $\{n_1, \dots, n_K\}$.
- $\pi(\nu_{\theta,ti} = k) \propto Ga(\omega_{\theta,ti}; \frac{k}{2}, \frac{k}{2}) p_{\theta,i,k}$ en el conjunto $\{n_1, \dots, n_K\}$.
- $p_y | \dots \sim Dir(\alpha_y + N_y)$ con $N_y = (N_{y,1}, \dots, N_{y,K})$ y para cada k , $N_{y,k} = \sum_{t=1}^T \pi(\nu_{y,t} = k)$.
- $p_{\theta,i} | \dots \sim Dir(\alpha_{\theta,i} + N_{\theta,i})$ con $N_{\theta,i} = (N_{\theta,i,1}, \dots, N_{\theta,i,K})$ y para cada k , $N_{\theta,i,k} = \sum_{t=1}^T \pi(\nu_{\theta,ti} = k)$.

Modelo t-Student-Beta2

Fúquene, Pérez y Pericchi (2014) proponen el uso de la priori t-Student-Beta2($\nu, q, p, \frac{1}{\beta}$) como alternativa al modelo d-Gamma inversa de la subsección anterior, basándose en la crítica de Gelman (2006) de usar distribuciones a priori “vagas” Gamma inversas para modelos jerárquicos. Ellos usan la priori Beta2 para la precisión $\lambda = 1/\tau^2$, para modelar los datos atípicos en un DLM. La priori escalada Beta2 para la precisión $\lambda = 1/\tau^2$ es dada por:

$$\pi(\lambda) = \frac{\Gamma(q+p)}{\Gamma(q)\Gamma(p)} \beta \frac{(\beta\lambda)^{q-1}}{(1+\beta\lambda)^{p+q}}, \quad \lambda > 0$$

La distribución t-Student-Beta2($\nu, q, p, \frac{1}{\beta}$) es:

$$\pi(\theta) = \begin{cases} k\beta^q \nu / (\theta - \mu)^{q+1} {}_2F_1(p+q, q+1/2, (\nu+1)/2 + p+q, 1 - \beta\nu/(\theta - \mu)^2), & \text{si } \theta \neq \mu \\ k_1 Be(p-1/2, q+1/2) / (\beta^{1/2} Be(p, q)), & \text{si } \theta = \mu \end{cases}$$

con $k = k_1 Be(q+1/2, p+\nu/2) / Be(p, q)$ y $k_1 = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\Gamma(\nu/2)\sqrt{\nu\pi}}$. Donde $Be(a, b)$ denota la función beta y ${}_2F_1(a, b, c, z)$ denota la función hipergeométrica generalizada (Abramowitz (1972)).

La propuesta para modelar valores atípicos y cambios estructurales es usar la distribución t-Student-Beta2($\nu, q, p, \frac{1}{\beta}$) en un modelo jerárquico similar a como fue propuesto en el modelo d-Gamma-Inversa, el modelo queda de la forma:

$$\begin{aligned}
 V_t^{-1} &= \lambda_y \omega_{y,t} & W_{t,i}^{-1} &= \lambda_{\theta,i} \omega_{\theta,t_i} \\
 \lambda_y | q &\sim Ga(q, (\beta \rho_y)^{-1}) & \lambda_{\theta,i} &\sim Ga(q, (\beta \rho_{\theta,t_i})^{-1}) \\
 \omega_{y,t} &\sim Ga(\nu/2, \nu/2) & \omega_{\theta,t_i} &\sim Ga(\nu/2, \nu/2) \\
 \rho_y &\sim Ga(p, 1) & \rho_{\theta,t_i} &\sim Ga(p, 1)
 \end{aligned}$$

Nuevamente, el muestreador de Gibbs puede ser implementado para obtener muestras a posteriori de los parámetros y los estados. Las distribuciones condicionales completas de los parámetros quedan de la forma:

- $\lambda_y | \dots \sim Ga\left(q + \frac{T}{2}, \frac{1}{2} SS_y^* + \beta \rho_y\right)$ con $SS_y^* = \sum_{t=1}^T \omega_{y,t} (y_t - F_t \theta_t)^2$
- $\lambda_{\theta,i} | \dots \sim Ga\left(q + \frac{T}{2}, \frac{1}{2} SS_{\theta,i}^* + \beta \rho_{\theta,t_i}\right)$ con $SS_{\theta,i}^* = \sum_{t=1}^T \omega_{\theta,t_i} (\theta_{t_i} - (G_t \theta_{t-1})_i)^2$ para $i = 1, \dots, n$.
- $\omega_{y,t} | \dots \sim Ga\left(\frac{\nu+1}{2}, \frac{\nu + \lambda_y (y_t - F_t \theta_t)^2}{2}\right)$
- $\omega_{\theta,t_i} | \dots \sim Ga\left(\frac{\nu+1}{2}, \frac{\nu + \lambda_y (\theta_{t_i} - \lambda_{\theta,i} (G_t \theta_{t-1})_i)^2}{2}\right)$
- $\rho_y | \dots \sim Ga(p + q, \beta \lambda_y + 1)$
- $\rho_{\theta,t_i} | \dots \sim Ga(p + q, \beta \lambda_{\theta,i} + 1)$ para $i = 1, \dots, n$ y $t = 1, \dots, T$.

Modelo Lasso Bayesiano

Park y Casella (2008) proponen un muestreador de Gibbs para el modelo Lasso (*Least absolute shrinkage and selection operator*) (Tibshirani, 1996) en el contexto de una regresión lineal simple, que sigue la siguiente estructura jerárquica:

$$\begin{aligned}
 y | X, \beta, \sigma^2 &\sim N(X\beta, \sigma^2 I_n) & (4) \\
 \beta | \sigma^2, V &\sim N(0_p, \sigma^2 V), \text{ con } V = \text{diag}(\tau_1^2, \dots, \tau_p^2) \\
 \tau_1^2, \dots, \tau_p^2 &\sim \prod_{j=1}^p \frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda^2 \tau_j^2 / 2} \\
 p(\sigma^2) &\propto 1/\sigma^2
 \end{aligned}$$

La distribución marginal del vector β , condicionado a σ^2 , corresponde a una distribución a

priori de Laplace, que tiene densidad dada por:

$$\pi(\beta|\sigma^2) = \prod_{j=1}^p \frac{\lambda}{2\sqrt{\sigma^2}} e^{-\lambda|\beta_j|/\sqrt{\sigma^2}}$$

Esta especificación condicional de σ^2 es particularmente importante porque asegura que la distribución conjunta $\pi(\beta, \sigma^2|y)$ es unimodal. Note que se propone una priori difusa para el componente de escala el cual resulta ser una priori impropia, por lo que debe verificarse que la distribución a posteriori es propia.

La especificación dada en (4) corresponde a una regresión por mínimos cuadrados penalizado:

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \left(\sum_{t=1}^T (y_t - x_t \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \right)$$

donde se usa el hecho de que la distribución de Laplace (exponencial con potencia 1) puede ser escrito como una mezcla de una distribución Normal y exponencial. El análisis bayesiano objetivo para modelos de regresión exponencial con potencia es desarrollado en Salazar, Ferreira y Migon (2012).

Cuando se implementa el modelo Lasso para detectar los valores atípicos y cambios estructurales en el DLM, las distribuciones condicionales completas del modelo quedan de la siguiente forma:

- $\lambda_{y,j} | \dots \sim Ga\left(\frac{a_y^2}{b_y} + \frac{T}{2}, \frac{1}{2} SS_{y_j}^* + \frac{a_y}{b_y}\right)$
- $\lambda_{\theta,ij} | \dots \sim Ga\left(\frac{a_{\theta,ij}^2}{b_{\theta,ij}} + \frac{T}{2}, \frac{1}{2} SS_{\theta,ij}^* + \frac{a_{\theta,ij}}{b_{\theta,ij}}\right);$
 donde $SS_{y_j}^* = \sum_{t=1}^T \tau_{y,t_j}^2 (y_{t_j} - (F_t \theta_t)_j)^2$ y $SS_{\theta,ij}^* = \sum_{t=1}^T \tau_{\theta,t_{ij}}^2 (\theta_{t_{ij}} - (G_t \theta_{t-1})_{ij})^2$
 para $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, \dots, m$.
- $\tau_{y,t_j}^2 | \dots \sim Ga\left(\frac{3}{2}, \frac{\lambda_{y,j}}{2} (y_{t_j} - (F_t \theta_t)_j)^2 + \frac{\delta^2}{2}\right)$
- $\tau_{\theta,t_{ij}}^2 | \dots \sim Ga\left(\frac{3}{2}, \frac{\lambda_{\theta,ij}}{2} (\theta_{t_{ij}} - (G_t \theta_{t-1})_{ij})^2 + \frac{\delta^2}{2}\right)$
- $p(a_y, b_y | \dots) \propto Ga(\lambda_y; a_y, b_y)$
- $p(a_{\theta,ij}, b_{\theta,ij} | \dots) \propto Ga(\lambda_{\theta,ij}; a_{\theta,ij}, b_{\theta,ij})$

Apéndice B

En esta sección se presentan los resultados para la detección de cambios estructurales en las tres actividades desagregadas del PIB, es decir, agropecuario, manufactura y servicios. De las figuras A1 a A3 se muestran los resultados del modelo d-Gamma inversa. De las figuras A4 a A6 los resultados del modelo t-Student-Beta2. Finalmente, de las figuras A7 a A9 se tienen los resultados del modelo Lasso bayesiano. No se muestran los resultados de ω_{θ,t_2} correspondiente a la componente tendencial del PIB potencial, dado que no se encontró ningún cambio estructural en el mismo.

Observando los resultados del modelo d-Gamma inversa, notamos que el agropecuario (Figura A1) identifica cambios estructurales en el producto potencial y la brecha del producto entre el 2008 y 2010 como resultado de la crisis financiera mundial y la crisis política del país. En la manufactura (Figura A2), identifica un cambio estructural en el producto potencial alrededor del 2008 por la crisis mundial y otro mayor en el 2020 por el Covid-19 y además se observan quiebres estructurales en la brecha del producto en el 2020. En los servicios (Figura A3) se observan cambios estructurales tanto en el producto potencial y brecha del producto para el período del 2020 por la crisis del Covid-19.

Los resultados del modelo t-Student-Beta2 muestran resultados similares al modelo d-Gamma inversa. En el agropecuario (Figura A4), también identifica cambios estructurales en el producto potencial y la brecha del producto entre el 2007 y 2010, aunque identifica una mayor variabilidad para períodos anteriores al 2007, también se puede observar unos pequeños quiebres estructurales en el 2018 y 2020-2021 en el producto potencial. En la manufactura (Figura A5), identifica los mismos cambios estructurales que se encontraron en el modelo d-Gamma inversa, con la diferencia que se observa un cambio en el producto potencial en el 2002 (en ese año la economía de Estados Unidos mostró un crecimiento lento, lo cual impactó en las exportaciones, Comisión Económica para América Latina y el Caribe (2003)). En los servicios (Figura A6), se identifican los mismos resultados que el modelo anterior, pero ahora también se identifican cambios estructurales en el componente tendencial del producto potencial para el 2020.

Los resultados del modelo Lasso Bayesiano identifican los mismos resultados que el modelo t-Student-Beta2 para las tres actividades (Figuras A7-A9). Tal vez la única diferencia es que las estimaciones del Lasso presentan una mayor variabilidad en relación a los modelos anteriores.

A manera de poder destacar las fortalezas y debilidades de cada método, podemos mencionar que el modelo d-Gamma inversa es menos sensible a los posibles cambios que el PIB o las actividades desagregadas puedan mostrar en su nivel o tendencia, es decir, que este modelo solo podrá identificar grandes cambios estructurales en el comportamiento de la serie. Por otro lado, su contraparte el modelo Lasso bayesiano es el más sensible de los tres métodos para la detección de los cambios estructurales, es decir que pequeños cambios en el nivel o tendencia de la serie pueden ser identificados como cambios estructurales según este modelo. En el punto intermedio se encuentra el modelo t-Student-Beta2 que balancea como en un equilibrio la sensibilidad para la detección de cambios estructurales. Por tanto, según los objetivos que se tengan el método a elegir se puede hacer de acuerdo a la sensibilidad que se desee para detectar cambios estructurales en el PIB o las actividades desagregadas.

Cabe mencionar que debido a la formulación Normal-Gamma de los modelos, cuando se integra el parámetro de mezcla λ se obtiene la distribución t-Student lo cual es robusto frente a la heterocedasticidad y valores extremos; esto es particularmente útil en los modelos d-Gamma inversa y t-Student-Beta2 donde se puede sintonizar los grados de libertad ν , entre más pequeño es su valor más robusto es el modelo.

Sin embargo, como puede ser comprobado de las figuras A1 a A9, todos los modelos fueron capaces de detectar los cambios estructurales, lo único que cambia es la variabilidad de las estimaciones, es decir, entre más sensible más variabilidad.

Figura A1: Agropecuario: media a posteriori de ω_{θ,t_i} usando el modelo d-Gamma inversa.

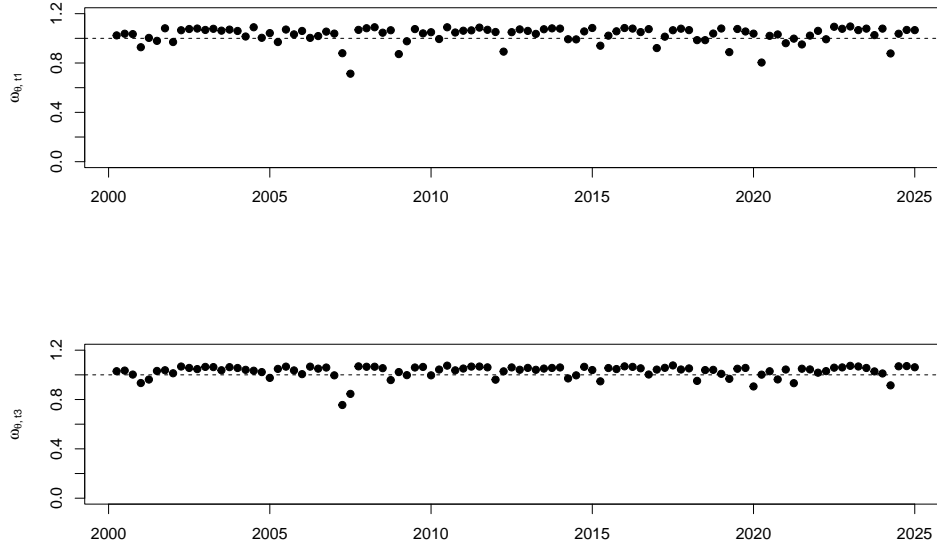


Figura A2: Manufactura: media a posteriori de ω_{θ,t_i} usando el modelo d-Gamma inversa.

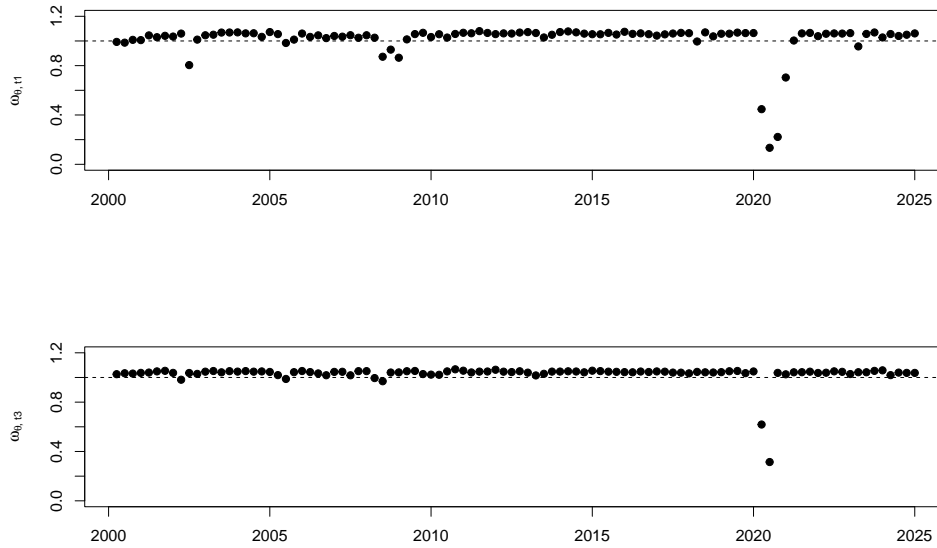


Figura A3: Servicios: media a posteriori de ω_{θ,t_i} usando el modelo d-Gamma inversa.

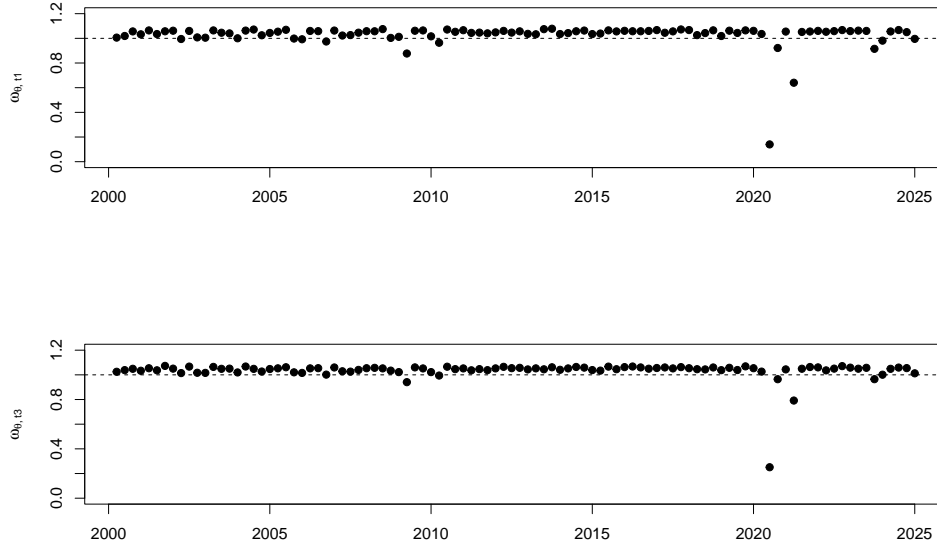


Figura A4: Agropecuario: media a posteriori de ω_{θ,t_i} usando el modelo t-Student-Beta2.

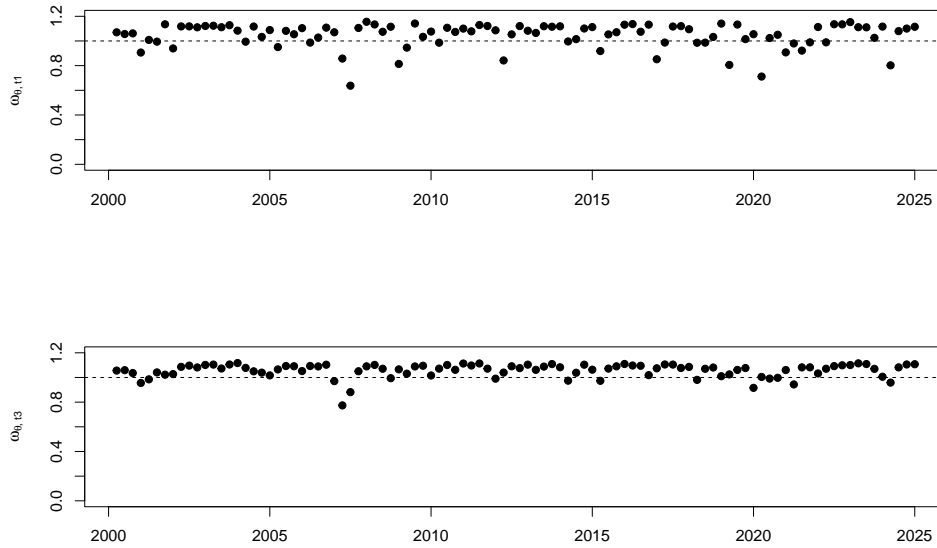


Figura A5: Manufactura: media a posteriori de ω_{θ,t_i} usando el modelo t-Student-Beta2.

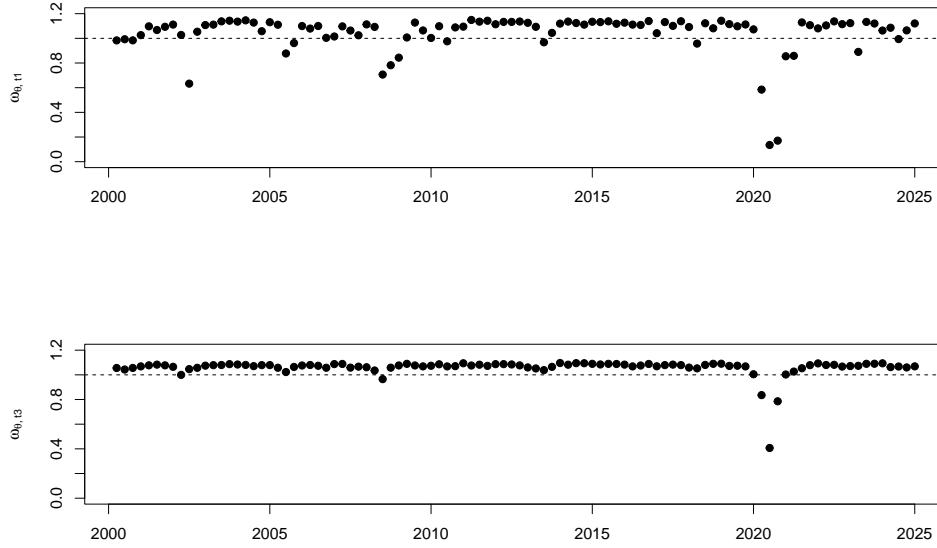


Figura A6: Servicios: media a posteriori de ω_{θ,t_i} usando el modelo t-Student-Beta2.

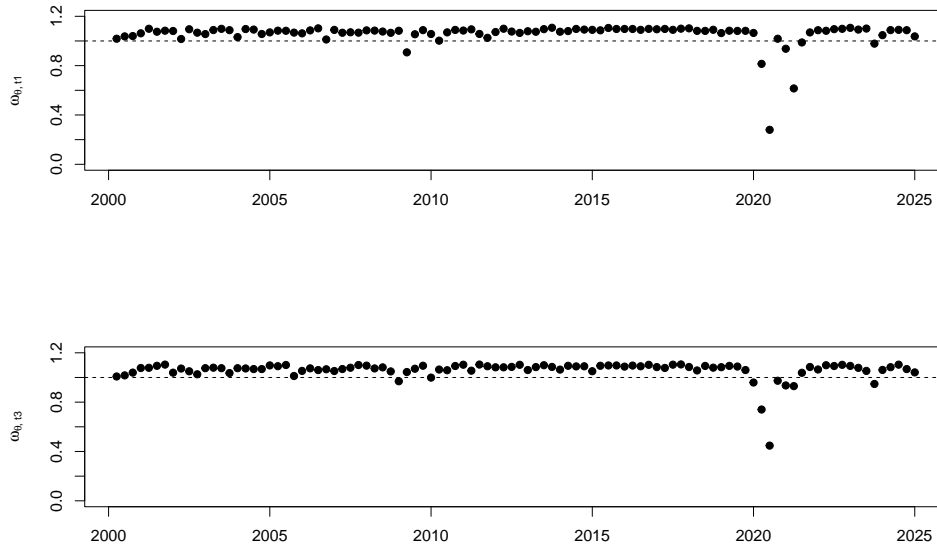


Figura A7: Agropecuario: media a posteriori de ω_{θ,t_i} usando el modelo Lasso.

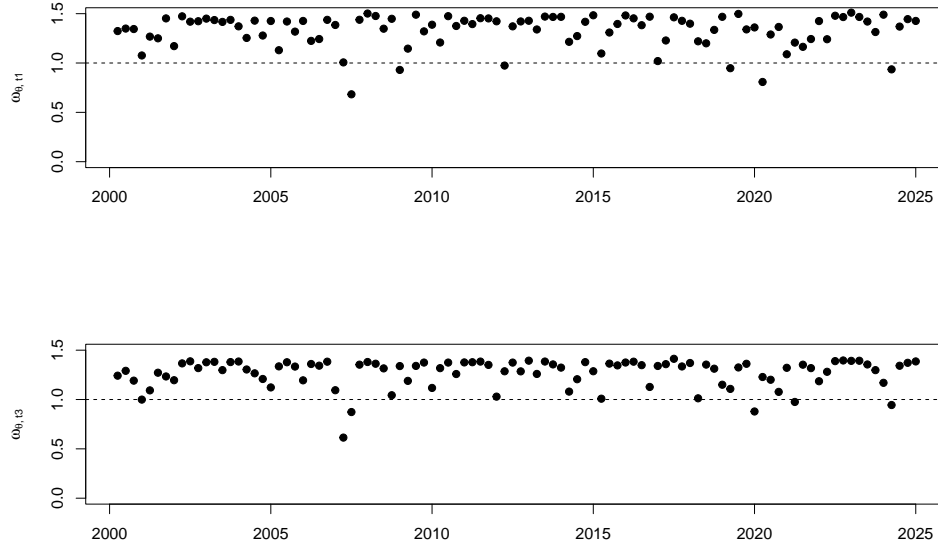


Figura A8: Manufactura: media a posteriori de ω_{θ,t_i} usando el modelo Lasso.

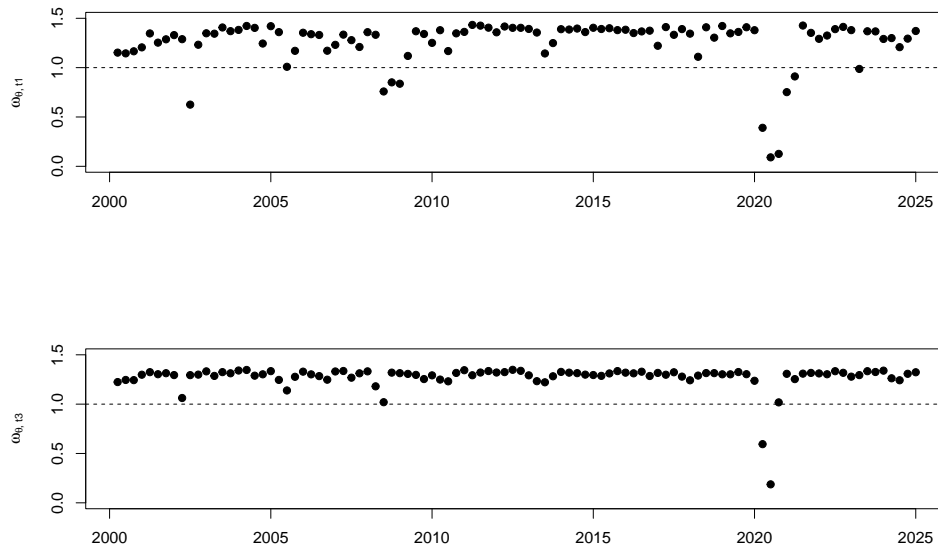


Figura A9: Servicios: media a posteriori de ω_{θ,t_i} usando el modelo Lasso.

